



Robert Salvador

salvador@htlinn.ac.at

# Amplitudenmodulation



- **Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:**  
**Modulation, trigonometrische Summensätze, Spektralanalyse, Differenzgleichungen**
- **Kurzzusammenfassung**  
**Nach einer kurzen allgemeinen Erklärung des Begriffes Modulation werden einige grundlagen-theoretische Aspekte der Amplitudenmodulation (AM) aufgezeigt und demonstriert. Auf technische Einzelheiten - insbesondere die verschiedenen Varianten der AM wird nicht näher eingegangen.**
- **Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):**  
**Theoretische und praktische Fächer der Nachrichten- bzw. Kommunikationstechnik, 4./5.Jahrgang**
- **Mathcad-Version:**  
**Mathcad 2001 (erst ab dieser Version stehen die Schieberegler zur Verfügung)**
- **Literaturangaben:**
  - [1] **Geißler R., Kammerloher W., Schneider H. W.: Berechnungs- und Entwurfsverfahren der Hochfrequenztechnik 1, Vieweg**
  - [2] **Fettweis A.: Elemente nachrichtentechnischer Systeme, Teubner**
  - [3] **Young P. H.: Electronic Communication Techniques, Merrill**



## INHALT (gewünschten Bereich anklicken!):

- **Allgemeines**                      Grundsätzliches zum Thema Modulation
- **Signale und Spektren**              Vergleich Modulationssignal und Trägersignal, Fourieranalyse
- **Modulationsvorgang**              Animation eines AM-Modulators, Berechnung, Fourieranalyse
- **Demodulation**                      Synchrondemodulation, Hüllkurvendemodulation, Schaltungsbeispiel

**Allgemeines****[zurück zum Inhalt](#)**

Unter Modulation versteht man das Transferieren eines Informationen tragenden Signals in einen anderen (höheren) Frequenzbereich [3].

Es gibt verschiedene Gründe, eine solche Frequenzverschiebung vorzunehmen (nach [1]):

- Anpassung des zu übertragenden Signals (welches die niederfrequente (NF) Information enthält) an die Übertragungsstrecke (Freiraum, Kabel) durch Benutzung verschiedener Trägerfrequenzen (KW, MW, UKW)
- Mehrfachausnutzung von Übertragungsstrecken
- Erhöhung der Störsicherheit

Verwendet man ein sinusförmiges Trägersignal, so kann man dessen Amplitude, Phase oder Frequenz gezielt beeinflussen (modulieren). Dementsprechend gibt es für Sinusträger *Amplitudenmodulation* (AM), *Phasenmodulation* (PM) und *Frequenzmodulation* (FM). AM wird im MW-, KW- und LW-Bereich verwendet, Phasen- und Frequenzmodulation z. B. im UKW-Rundfunk.

Die AM hat allerdings z. B. gegenüber der FM den Nachteil, dass die Amplitude eines Signals bei der Übertragung leichter gestört werden kann als dessen Frequenz.

Bei der AM wird mit der im zeitlichen Verlauf eines niederfrequenten (NF) Signals (z. B. Sprachsignal eines Mikrofons) steckenden Information die Amplitude eines hochfrequenten Signals (Trägersignals) beeinflusst. Dieses hochfrequente Signal wird übertragen, und nach dem Empfang wird das NF-Signal - also die Information, um die es eigentlich geht - durch ein geeignetes Demodulationsverfahren aus dem modulierten Signal extrahiert.

Wir betrachten zunächst den einfachsten Fall, nämlich einen hochfrequenten Sinusträger und ein ebenso sinusförmiges modulierendes NF-Signal. An dieser Stelle soll betont werden, dass das Verhältnis von Trägerfrequenz zu maximaler Signalfrequenz in der Realität größer ist als in den vorgestellten Beispielen.

**Signale und Spektren****[zurück zum Inhalt](#)**

Modulierendes NF-Signal:  $x_{NF}(t, \omega_{NF}) := \cos(\omega_{NF} \cdot t)$

Trägersignal:  $x_T(t, \omega_T) := \cos(\omega_T \cdot t)$

Das NF-Signal soll nun die Amplitude des Trägers modulieren; daher definieren wir als amplitudenmoduliertes Signal

$$x_{AM}(t, \omega_T, \omega_{NF}, M) := (1 + M \cdot x_{NF}(t, \omega_{NF})) \cdot x_T(t, \omega_T)$$

Dabei ist  $M$  der sogenannte *Modulationsgrad*.

Die drei Signale werden im folgenden dargestellt; der Modulationsgrad kann über einen Schieberegler zwischen 0 und 1 eingestellt werden):

$f_T := 50$

$f_{NF} := 4$

$\omega_T := 2 \cdot \pi \cdot f_T$

$\omega_{NF} := 2 \cdot \pi \cdot f_{NF}$

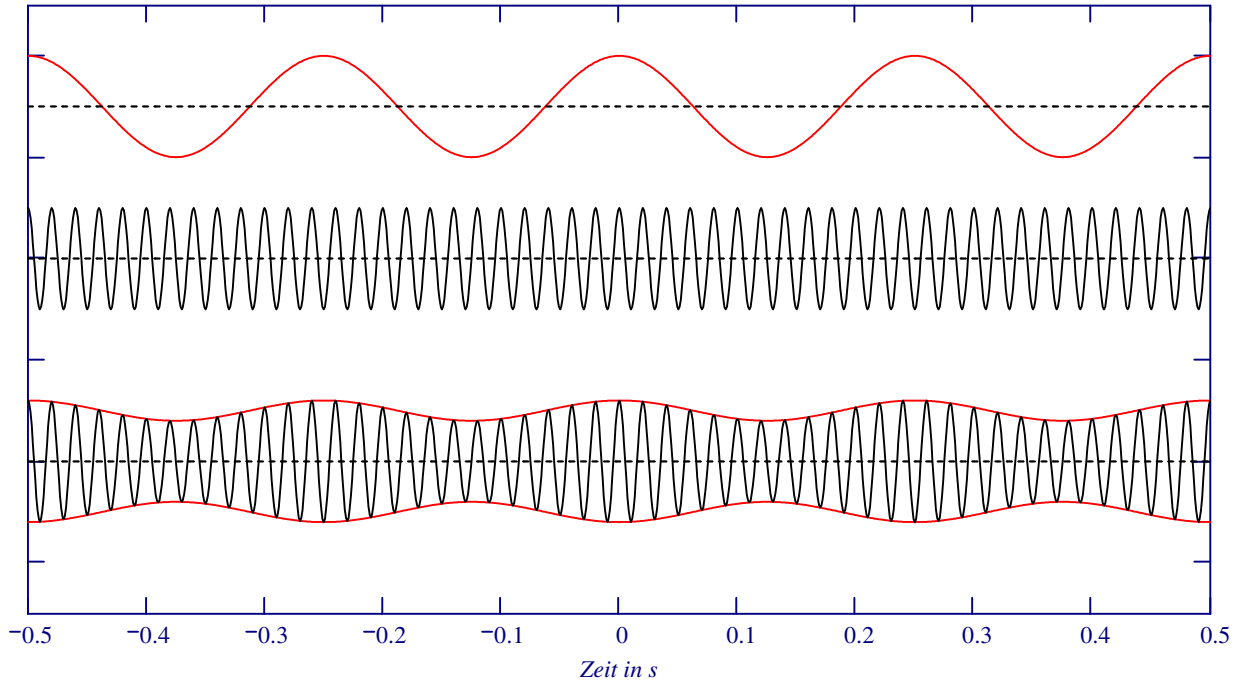
$M :=$



$M = 0.2$

$t := -0.5, -0.5 + 0.001.. 0.5$

Modulationssignal und Trägersignal



- Niederfrequentes Modulationssignal
- - - mit zugehöriger Nulllinie
- Hochfrequentes Trägersignal
- - - mit Nulllinie
- NF-Signal als Einhüllende
- NF-Signal als Einhüllende
- Moduliertes HF-Signal
- - - Nulllinie

Betrachten wir beide Signale im Frequenzbereich, so stellen wir fest:

Während das NF-Signal nur die (Kreis-)Frequenz  $\omega_T$  enthält (bei komplexer Betrachtung  $\pm\omega_T$ ), gibt es im modulierten Signal drei Frequenzen, nämlich außer der Trägerfrequenz  $\omega_T$  noch die beiden Seitenbandfrequenzen  $\omega_T - \omega_{NF}$  und  $\omega_T + \omega_{NF}$ , wie eine einfache trigonometrische Umformung zeigt:

$$x_{AM}(t, \omega_T, \omega_{NF}, M) = (1 + M \cdot x_{NF}(t, \omega_{NF})) \cdot x_T(t, \omega_T) = (1 + M \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t)) \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$$

$$x_{AM}(t, \omega_T, \omega_{NF}, M) = \cos(\omega_T \cdot t) + \frac{M}{2} \cdot [\cos[(\omega_T - \omega_{NF}) \cdot t] + \cos[(\omega_T + \omega_{NF}) \cdot t]]$$

Diese Summe ist natürlich i. a. keine (endliche) Fourierreihe. Das modulierte Trägersignal ist ja i. a. nicht periodisch!

Enthält das NF-Signal ein Frequenzgemisch, so gelten entsprechende Aussagen, wie anschließend demonstriert wird. Dazu definieren wir als modulierendes NF-Signal eine Überlagerung von Sinusschwingungen (ohne Gleichanteil), deren Maximalfrequenz über einen Schieberegler eingestellt werden kann. Der Modulationsgrad ist ebenfalls einstellbar. Die Amplituden und Phasenbeziehungen werden zufällig generiert.

$f_{max} :=$

$f_{max} = 10$

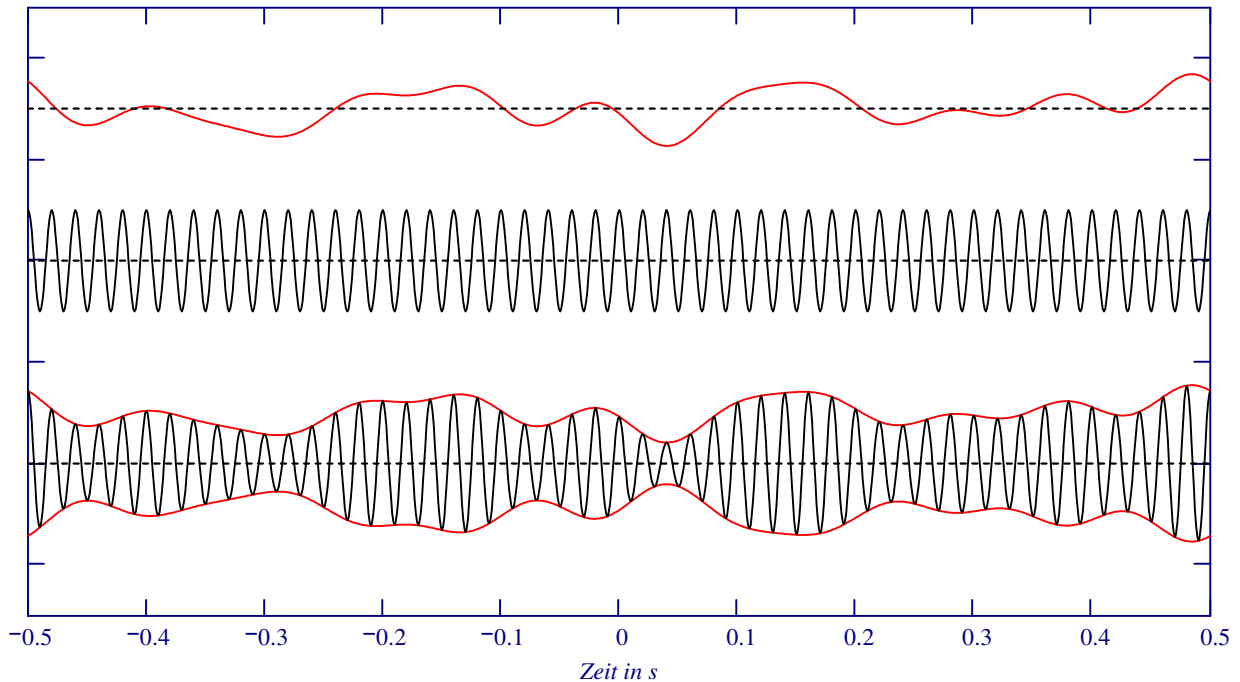
$M :=$

$M = 0.8$

$$A := \text{runif}(f_{max}, -0.3, 0.3) \quad \varphi := \text{runif}\left(f_{max}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \quad x_{NF\_Band}(t) := \sum_{f=1}^{f_{max}} A_{f-1} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi_{f-1})$$

$$x_{AM}(t, \omega_T, x_{NF\_Band}, M) := (1 + M \cdot x_{NF\_Band}(t)) \cdot x_T(t, \omega_T)$$

Modulationssignal und Trägersignal



- Niederfrequentes Modulationssignal
- - - mit zugehöriger Nulllinie
- Hochfrequentes Trägersignal
- - - mit Nulllinie
- NF-Signal als Einhüllende
- NF-Signal als Einhüllende
- Moduliertes HF-Signal
- - - Nulllinie

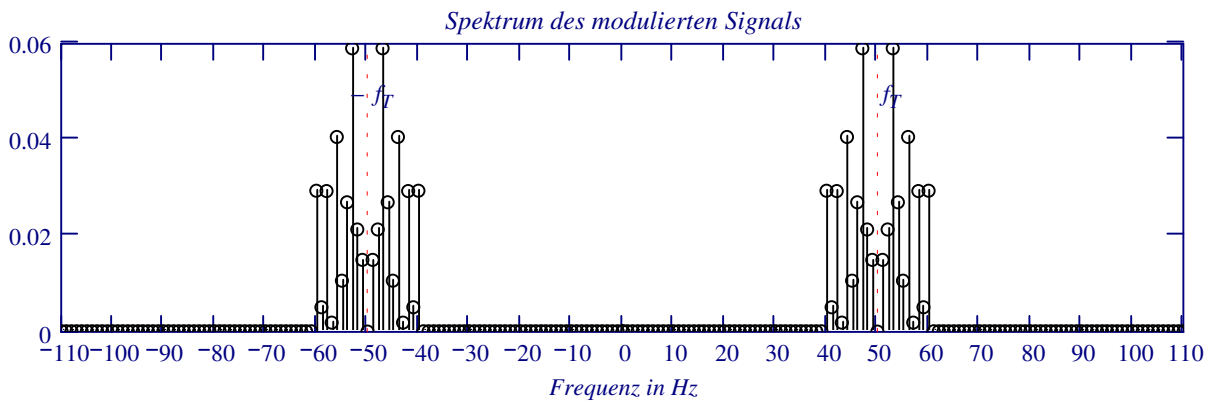
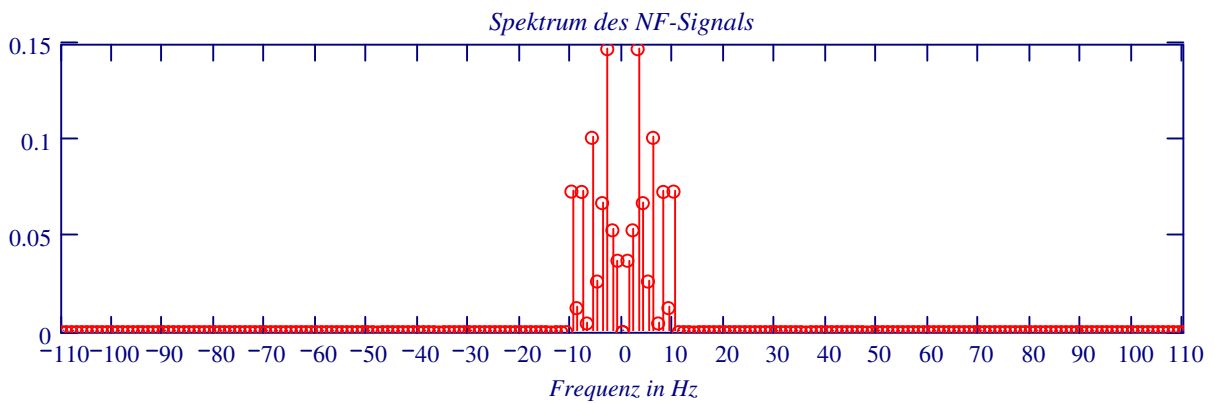
Bei den hier gewählten Frequenzwerten (alle Frequenzen - auch  $f_T$  - sind ganzzahlige Vielfache der kleinsten Frequenz 1!) ist das modulierte Signal periodisch mit der Periodendauer 1. Wir können daher eine Fourierreihenentwicklung vornehmen. Dazu berechnen wir die entsprechenden komplexen Fourierkoeffizienten für  $n \geq 0$  (jene für  $n < 0$  ergeben sich daraus durch komplexe Konjugation):

$$N_{max} := 110 \quad n := 0..N_{max} \quad c_{NF1}_n := \int_0^1 x_{NF\_Band}(t) \cdot e^{-j \cdot n \cdot 2 \cdot \pi \cdot t} dt \quad c_{NF2} := \overline{c_{NF1}}$$

$$c_{AM1}_n := \int_0^1 x_{AM}(t, \omega_T, x_{NF\_Band}, M) \cdot e^{-j \cdot n \cdot 2 \cdot \pi \cdot t} dt \quad c_{AM2} := \overline{c_{AM1}}$$

In der grafischen Darstellung lassen wir die beiden Koeffizienten, die zu  $-f_T$  und  $f_T$  gehören ( $f_T$  muss also ganzzahlig sein!) wegen ihrer besonderen Größe weg:

$$c_{AM1}_{f_T} := 0 \quad c_{AM2}_{f_T} := 0$$



Man sieht deutlich die Aussage von oben etwas allgemeiner bestätigt: durch die Modulation werden die Frequenzanteile des NF-Signals um  $\pm f_T$  verschoben.

**Modulationsvorgang**

[zurück zum Inhalt](#)

Wie geht die Amplitudenmodulation nun konkret vor sich?

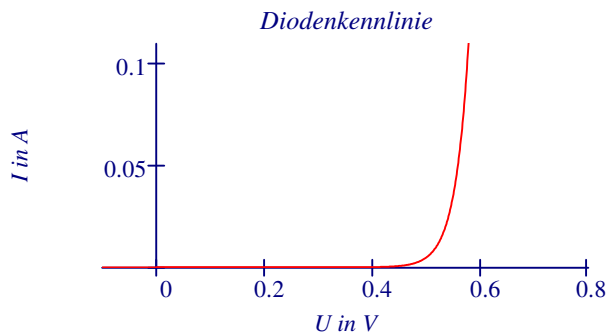
Prinzipiell kann dazu jede nichtlineare Kennlinie verwendet werden.

Wir demonstrieren das Verfahren am Beispiel einer Diodenkennlinie (in Wirklichkeit liegt natürlich ein Vorwiderstand in Serie!).

Zunächst wird die (durchaus realistische) Diodenkennlinie definiert und grafisch dargestellt:

$$I(U) := 10^{-11} \cdot \left( e^{\frac{U}{0.025}} - 1 \right)$$

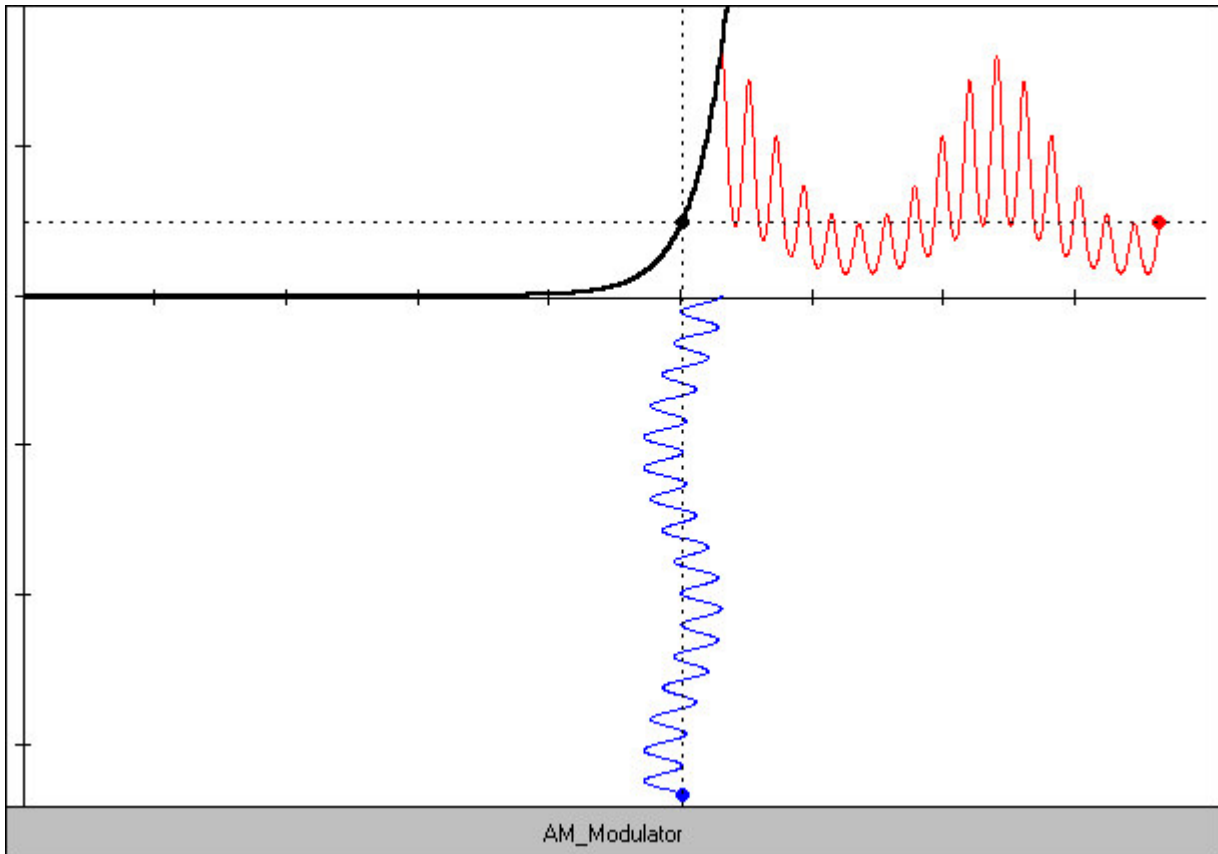
$$U := -0.1, -0.1 + 0.001 .. 0.7$$



An der Diode liegen in Serie eine Gleichspannung  $U_0$  und die beiden Wechselspannungen:

$$u(t) = U_0 + u_s \cdot \cos(\omega_T \cdot t) + u_s \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t)$$

Durch die Krümmung der Kennline wird der gleichmäßige Verlauf der Spannung (blau) verzerrt; die Amplitude des Stromes (rot) verändert sich. Das folgende Video zeigt diesen Sachverhalt:



Für den Fall einer quadratischen Kennlinie  $I(u, c_1, c_2) = c_1 \cdot U + c_2 \cdot U^2$

erhält man mit  $u_{NF}(t) = u_{NF} \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t)$

$$u_T(t) = u_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$$

$$u(t) = U_0 + u_T(t) + u_{NF}(t) = U_0 + u_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) + u_{NF} \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t)$$

folgenden Stromverlauf:

$$i(t) = c_1 \cdot u(t) + c_2 \cdot u(t)^2$$

$$i(t) = c_1 \cdot (U_0 + u_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) + u_{NF} \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t)) + c_2 \cdot (U_0 + u_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) + u_{NF} \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t))^2$$

Betrachten wir den letzten Term etwas genauer

$$\begin{aligned} (U_0 + u_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) + u_{NF} \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t))^2 &= U_0^2 + u_T^2 \cdot \cos^2(\omega_T \cdot t) + u_{NF}^2 \cdot \cos^2(\omega_{NF} \cdot t) \dots \\ &+ 2 \cdot U_0 \cdot u_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) \dots \\ &+ 2 \cdot U_0 \cdot u_{NF} \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t) \dots \\ &+ 2 \cdot u_T \cdot u_{NF} \cdot \cos(\omega_T \cdot t) \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t) \end{aligned}$$

so können wir daraus unter Anwendung der passenden Sumpensätze folgendes Teilergebnis ableiten:

$$\begin{aligned} (U_0 + u_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) + u_{NF} \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t))^2 &= U_0^2 + \frac{u_{NF}^2}{2} + \frac{u_T^2}{2} \dots \\ &+ 2 \cdot U_0 \cdot u_{NF} \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t) \dots \\ &+ \frac{u_{NF}^2}{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega_{NF} \cdot t) \dots \\ &+ 2 \cdot U_0 \cdot u_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) \dots \\ &+ \frac{u_T^2}{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega_T \cdot t) \dots \\ &+ u_T \cdot u_{NF} \cdot \cos[(\omega_T - \omega_{NF}) \cdot t] \dots \\ &+ u_T \cdot u_{NF} \cdot \cos[(\omega_T + \omega_{NF}) \cdot t] \end{aligned}$$

Für den Stromverlauf ergibt sich damit insgesamt

$$\begin{aligned} i(t) &= c_1 \cdot U_0 + c_2 \cdot \left( U_0^2 + \frac{u_{NF}^2}{2} + \frac{u_T^2}{2} \right) \dots \\ &+ (c_1 + 2 \cdot c_2 \cdot U_0) \cdot u_{NF} \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t) \dots \\ &+ c_2 \cdot \frac{u_{NF}^2}{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega_{NF} \cdot t) \dots \\ &+ (c_1 + 2 \cdot c_2 \cdot U_0) \cdot u_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) \dots \\ &+ c_2 \cdot \frac{u_T^2}{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega_T \cdot t) \dots \\ &+ c_2 \cdot u_T \cdot u_{NF} \cdot \cos[(\omega_T - \omega_{NF}) \cdot t] \dots \\ &+ c_2 \cdot u_T \cdot u_{NF} \cdot \cos[(\omega_T + \omega_{NF}) \cdot t] \end{aligned}$$

In dieser Darstellung sind die einzelnen Frequenzanteile sofort zu erkennen:  $i(t)$  enthält

- einen Gleichanteil
- die NF-Frequenz
- die doppelte NF-Frequenz
- die doppelte Trägerfrequenz
- die Trägerfrequenz
- und die beiden Seitenbänder bei  $\omega_T - \omega_{NF}$  und  $\omega_T + \omega_{NF}$

wobei die drei für uns wesentlichen Terme am Schluss stehen. Da die Abstände zu den unerwünschten Frequenzen groß sind, lassen sich diese leicht wegfiltern.

Nebenbemerkung: Jede nichtlineare Kennlinie lässt sich natürlich lokal (d. h. bei kleinen Signalamplituden) durch eine quadratische Kennlinie näherungsweise ersetzen (z. B. Taylorentwicklung bis zur Ordnung 2).

Ein Zahlenbeispiel soll das abgeleitete Ergebnis verdeutlichen:

Trägerfrequenz und Modulationsfrequenz:

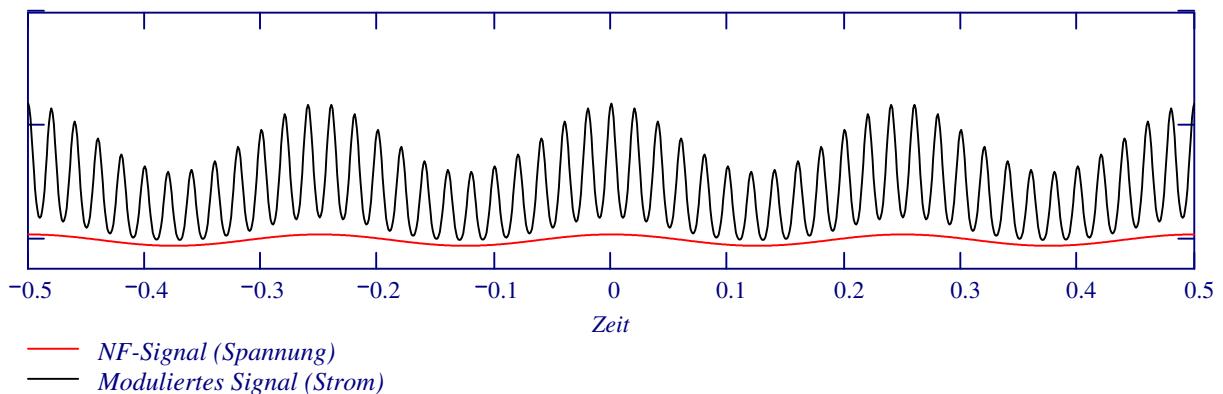
$$f_T = 50 \quad f_{NF} = 4$$

Definition der Zeitsignale:

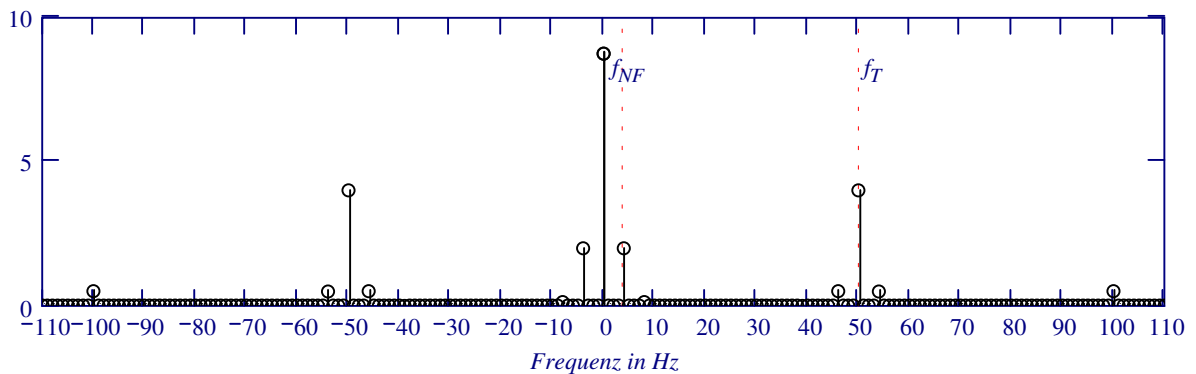
$$U_0 := 3 \quad u_T := 2 \quad u_{NF} := 1$$

$$u_T(t) := u_T \cdot \cos(\omega_T \cdot t) \quad u_{NF}(t) := u_{NF} \cdot \cos(\omega_{NF} \cdot t) \quad u(t) := U_0 + u_{NF}(t) + u_T(t)$$

Definition der Kennlinie:  $c_1 := 1 \quad c_2 := 0.5 \quad i(t) := c_1 \cdot u(t) + c_2 \cdot u(t)^2$



Berechnung der Fourierkoeffizienten:  $c_{iI_n} := \int_0^1 i(t) \cdot e^{-j \cdot n \cdot 2 \cdot \pi \cdot t} dt \quad c_{i2_n} := \overline{c_{iI_n}}$



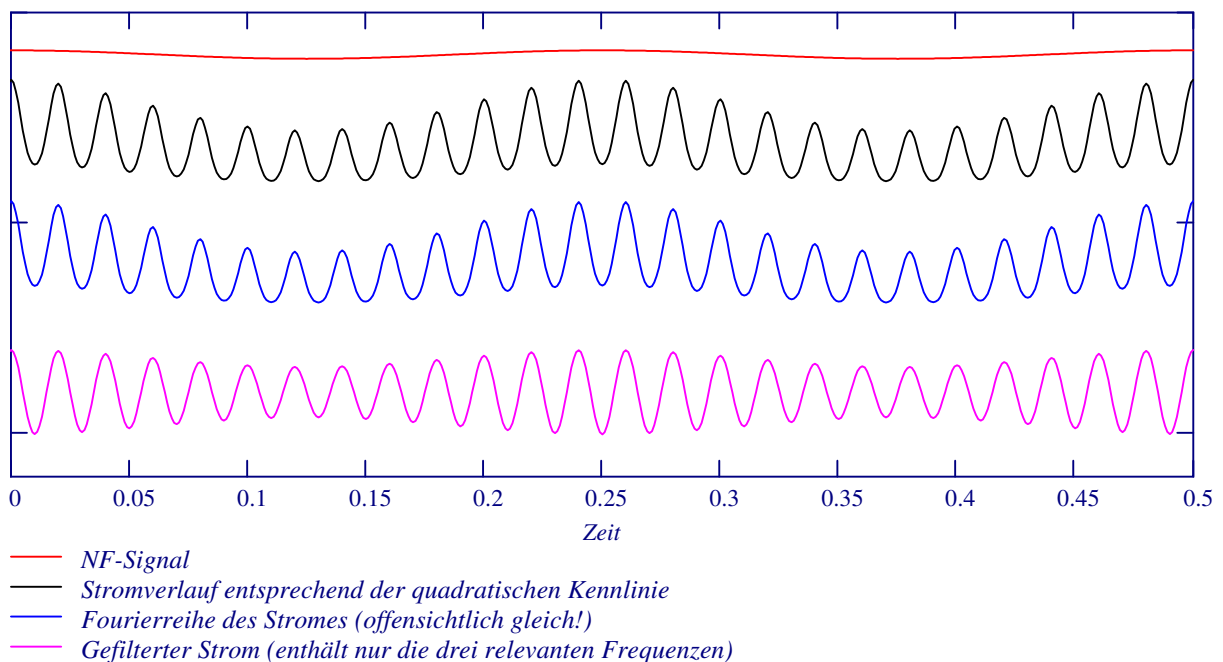


Zum Vergleich wird einerseits die zugehörige Fourierreihe (ohne Gleichanteil) berechnet

$$i_{\text{Fourier}}(t) := 2 \cdot \operatorname{Re} \left[ \sum_{n=1}^{N_{\max}} c_{iI_n} \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \cdot t} \right]$$

und andererseits eine "tiefpassgefilterte" Fourierdarstellung, welche dieselben Fourierkoeffizienten verwendet, jedoch nur die Frequenzen  $f_T$ ,  $f_T - f_{NF}$ ,  $f_T + f_{NF}$  enthält und dementsprechend den erwarteten symmetrischen Verlauf besitzt (siehe unten!):

$$i_{\text{Fourier2}}(t) := 2 \cdot \operatorname{Re} \left[ c_{iI_{f_T}} \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_T \cdot t} + c_{iI_{f_T - f_{NF}}} \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot (f_T - f_{NF}) \cdot t} + c_{iI_{f_T + f_{NF}}} \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot (f_T + f_{NF}) \cdot t} \right]$$



Zum Schluss soll uns noch die wichtige Frage beschäftigen, wie man aus dem empfangenen modulierten Signal das ursprüngliche NF-Signal zurückgewinnen kann.

## Demodulation

[zurück zum Inhalt](#)

Dafür gibt es im wesentlichen zwei Möglichkeiten:

- die *Synchrodemodulation*
- die *Hüllkurvendemodulation*

Die *Synchrodemodulation* ist besonders mathematisch interessant. Dabei wird das modulierte Signal mit dem Trägersignal (synchron) multipliziert, was (ähnlich wie bei der Multiplikation des NF-Signals mit dem Träger) eine neuerliche Verschiebung der beiden Seitenbänder um die Trägerfrequenz nach "links" und "rechts" bewirkt. Dadurch entsteht (neben noch höherfrequenten Spektralanteilen) das ursprüngliche Spektrum an der ursprünglichen Position. Filtert man die falschen Spektralanteile weg, bleibt das Originalspektrum (allerdings verkleinert) übrig, was natürlich im Zeitbereich dem Originalsignal entspricht. Zur Synchrodemodulation muss vor der Demodulation der Träger aus dem Signal rückgewonnen oder am Empfangsort exakt noch einmal (eben synchron) erzeugt werden.

Das Prinzip wird zuerst wieder am einfachsten Beispiel gezeigt:

$$\text{Modulierendes NF-Signal: } x_{NF}(t, \omega_{NF}) = \cos(\omega_{NF} \cdot t)$$

$$\text{Trägersignal: } x_T(t, \omega_T) = \cos(\omega_T \cdot t)$$

$$\text{Moduliertes Signal: } x_{AM}(t, \omega_T, \omega_{NF}, M) = (1 + M \cdot x_{NF}(t, \omega_{NF})) \cdot x_T(t, \omega_T)$$

Wie bereits früher gezeigt kann man dafür schreiben

$$x_{AM}(t, \omega_T, \omega_{NF}, M) = \cos(\omega_T \cdot t) + \frac{M}{2} \cdot [\cos[(\omega_T - \omega_{NF}) \cdot t] + \cos[(\omega_T + \omega_{NF}) \cdot t]]$$

$$\text{Synchronmultipliziertes Signal: } x_{Sync\_mult}(t, \omega_T, \omega_{NF}, M) = x_{AM}(t, \omega_T, \omega_{NF}, M) \cdot x_T(t, \omega_T)$$

$$\text{oder } x_{Sync\_mult}(t, \omega_T, \omega_{NF}, M) = (1 + M \cdot x_{NF}(t, \omega_{NF})) \cdot x_T(t, \omega_T)^2$$

Unter Verwendung des Ergebnisses

$$x_{AM}(t, \omega_T, \omega_{NF}, M) = \cos(\omega_T \cdot t) + \frac{M}{2} \cdot [\cos[(\omega_T - \omega_{NF}) \cdot t] + \cos[(\omega_T + \omega_{NF}) \cdot t]]$$

formen wir den Term weiter um:

$$x_{Sync\_mult}(t, \omega_T, \omega_{NF}, M) = \cos(\omega_T \cdot t)^2 + \frac{M}{2} \cdot [\cos[(\omega_T - \omega_{NF}) \cdot t] + \cos[(\omega_T + \omega_{NF}) \cdot t]] \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$$

$$\begin{aligned} x_{Sync\_mult}(t, \omega_T, \omega_{NF}, M) &= \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(2 \cdot \omega_T \cdot t)) \dots \\ &+ \frac{M}{4} \cdot [\cos(\omega_{NF} \cdot t) + \cos[(2 \cdot \omega_T - \omega_{NF}) \cdot t]] \dots \\ &+ \frac{M}{4} \cdot [\cos(\omega_{NF} \cdot t) + \cos[(2 \cdot \omega_T + \omega_{NF}) \cdot t]] \end{aligned}$$

Durch die synchrone Multiplikation mit dem Träger entsteht also das ursprüngliche Spektrum (multipliziert mit dem Faktor  $\frac{M}{2}$ ). Außerdem werden Spektralanteile bei den weit davon entfernten Frequenzen  $2 \cdot f_T$ ,  $2 \cdot f_T - f_{NF}$  und  $2 \cdot f_T + f_{NF}$  erzeugt, die sich aber leicht herausfiltern lassen.

Jetzt verwenden wir als NF-Signal wieder die Sinusüberlagerung von früher; wir definieren das synchron-multiplizierte Signal

$$x_{Sync}(t, \omega_T, x_{NF\_Band}, M) := x_{AM}(t, \omega_T, x_{NF\_Band}, M) \cdot x_T(t, \omega_T)$$

und berechnen seine komplexen Fourierkoeffizienten:

$$c_{Sync_n} := \int_0^1 x_{Sync}(t, \omega_T, x_{NF\_Band}, M) \cdot e^{-jn2\pi t} dt \quad c_{Sync1_n} := \overline{c_{Sync_n}} \quad c_{Sync2_n} := \overline{c_{Sync_n}}$$

Auch hier verzichten wir auf die besonders großen Koeffizienten bei der einfachen und doppelten Trägerfrequenz:

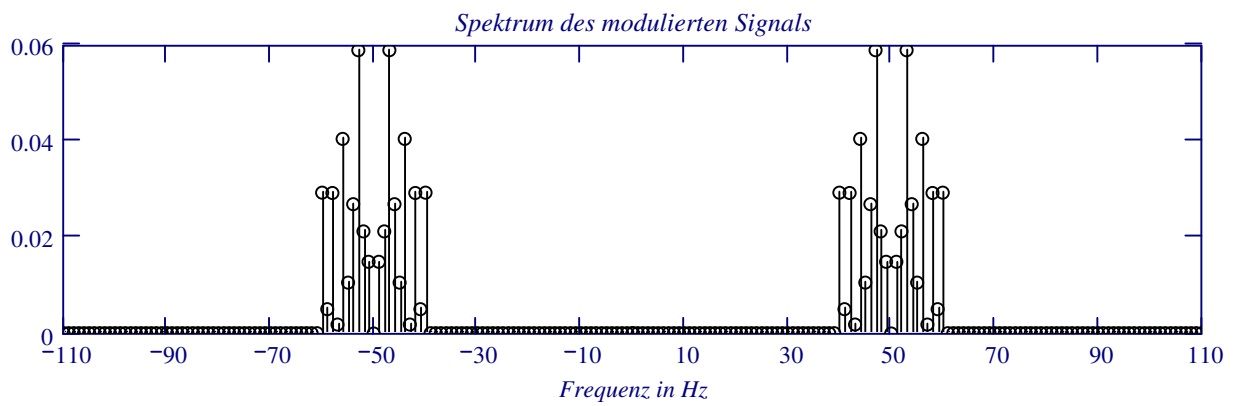
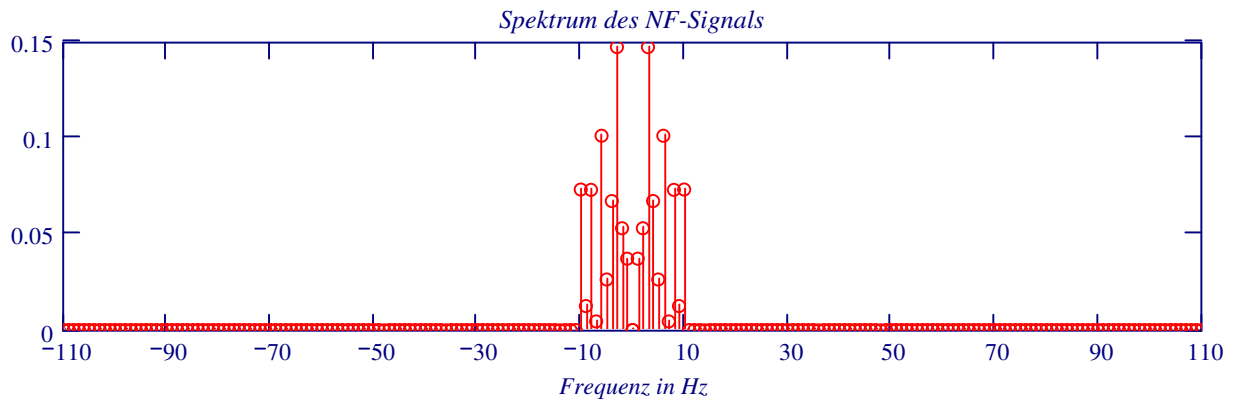
$$c_{Sync1_0} := 0$$

$$c_{Sync2_0} := 0$$

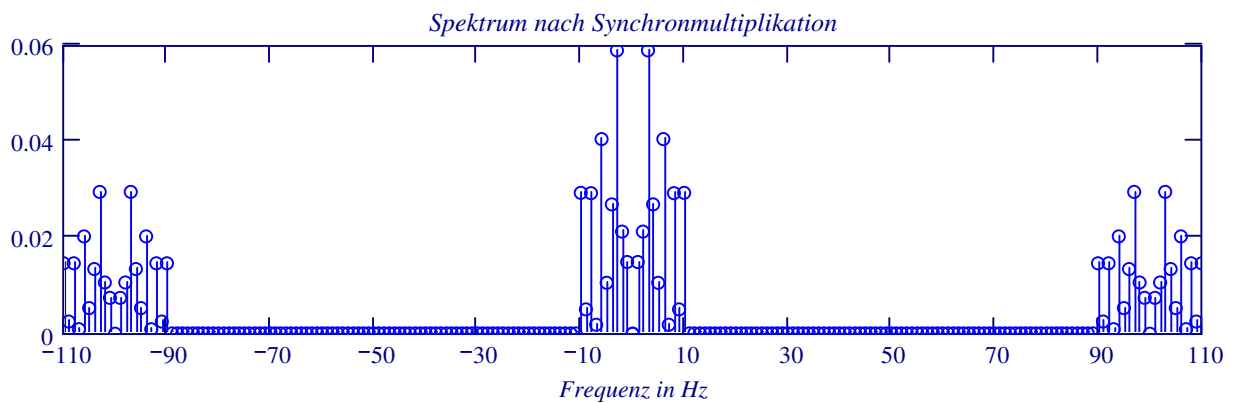
$$c_{Sync1_{2 \cdot f_T}} := 0$$

$$c_{Sync2_{2 \cdot f_T}} := 0$$

Hier noch einmal zum Vergleich die Spektren des NF-Signals und des modulierten Signals.

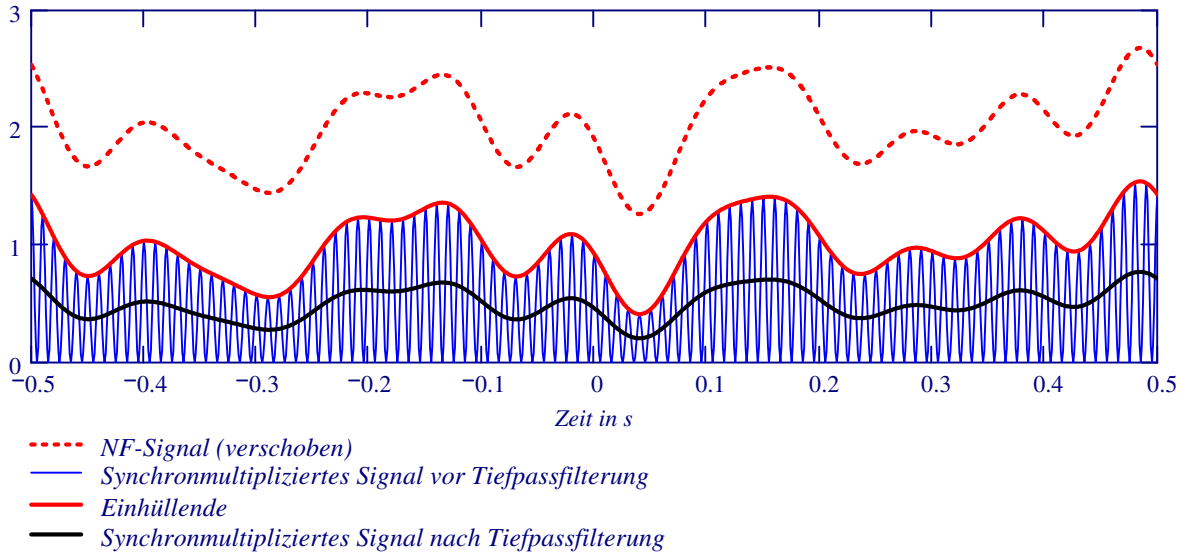


Die zweite Multiplikation mit dem Träger hat wieder eine Aufteilung und Verschiebung des Spektrums um  $f_T$  zur Folge. Dadurch entstehen die beiden Spaktralteile bei  $\pm 2 \cdot f_T$  (sie müssen weggefiltert werden) und die (verkleinerten) Spaktralanteile an der ursprünglichen Position. Dies kann übrigens durch die *Faltungsoperation* - eine Operation sowohl der Fourier- als auch der Laplacetransformation - sehr gut allgemein veranschaulicht werden.

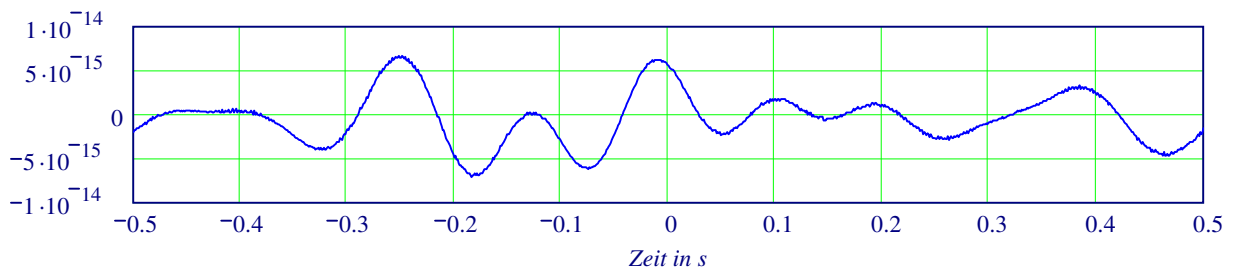


Nun wird die Fourierreihe des synchron-multiplizierten Signals definiert:

$$x_{Sync\_Fourier}(t, N) := c_{Sync_0} + 2 \cdot \operatorname{Re} \left( \sum_{n=1}^N c_{Sync_n} \cdot e^{j \cdot n \cdot 2 \cdot \pi \cdot t} \right)$$



Mit "Synchronmultipliziertes Signal vor Tiefpassfilterung" ist gemeint, dass alle Spektralanteile enthalten sind (die Summe reicht von 0 bis  $N_{max}$ ; bei "nach Tiefpassfilterung" verzichten wir auf die Spektralbereiche um  $\pm 2 \cdot f_T$ . Die Summenbildung endet hier bei  $f_{max}$ . Diese Tiefpassfilterung kommt einer Mittelwertbildung gleich, wie aus dem Bild oben deutlich hervorgeht. Damit ist das ursprüngliche NF-Signal bis auf einen Gleichanteil und eine Zahlenfaktor exakt wiedergewonnen. Dies zeigt auch das nächste Diagramm, in dem die Differenz zwischen der ursprünglichen Einhüllenden und dem verstärkten demodulierten Signal dargestellt ist. Die Unterschiede bewegen sich im Bereich der Rechenungenauigkeit.



Bei der zweiten Methode, der *Hüllkurvendemodulation* geht man einen ähnlichen Weg. Statt einer Multiplikation mit dem Träger wird hier jedoch der Betrag (Vollweg- oder auch Einweggleichrichtung) des übertragenen Signals gebildet; danach werden die hochfrequenten Anteile herausgefiltert, was wiederum einer Mittelwertbildung gleichkommt. Eine prinzipielle Schaltung, die das leistet, wird weiter unten vorgestellt.

Zunächst zur Demonstration, bei der praktisch derselbe Weg eingeschlagen wird wie bei der Synchrondemodulation:

Betragsbildung (Einweggleichrichtung):

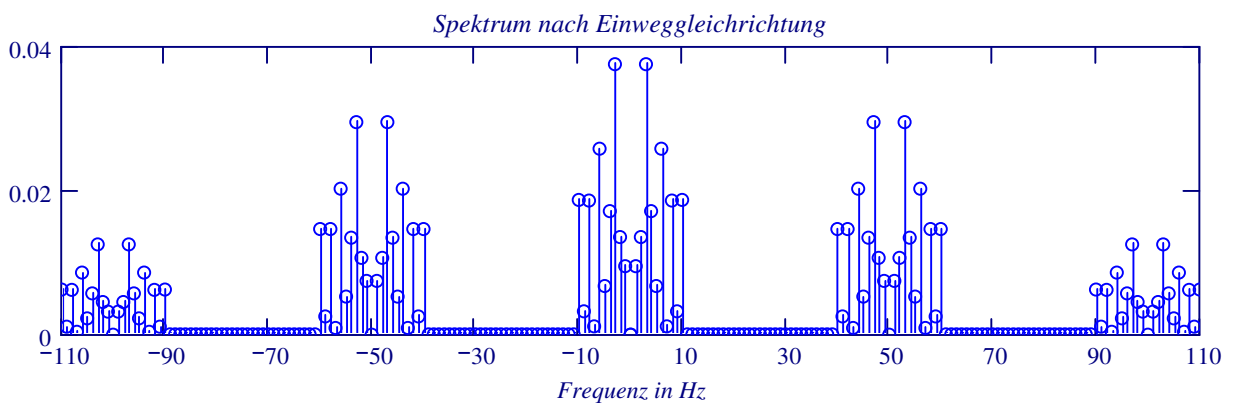
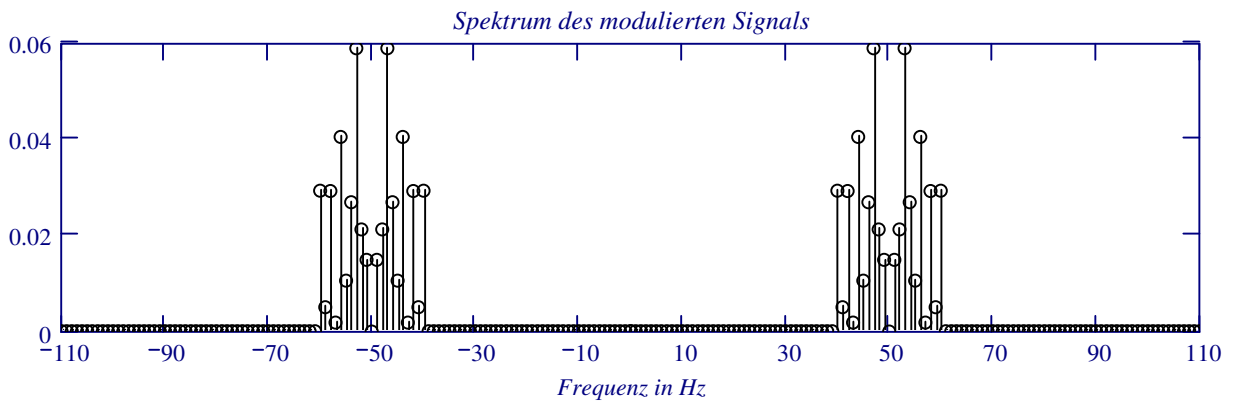
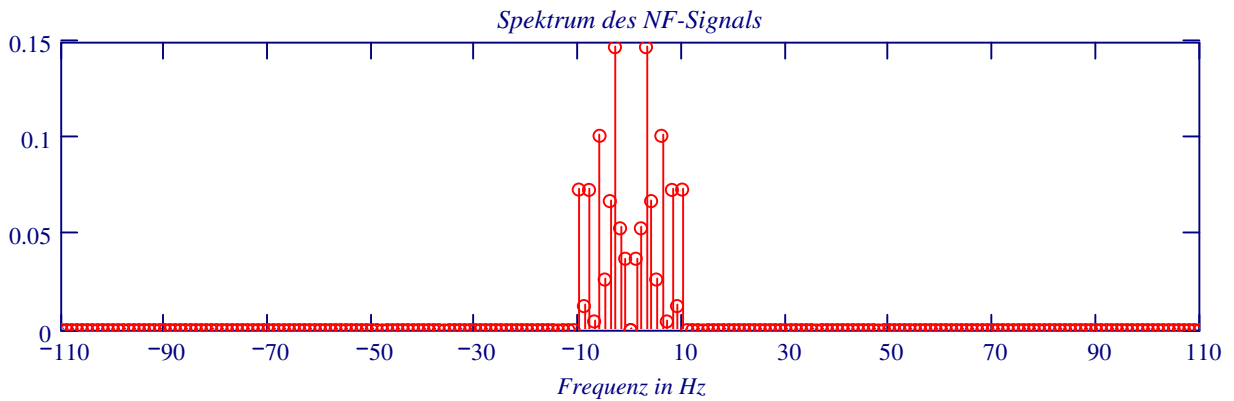
$$x_{Hül}(t, \omega_T, x_{NF\_Band}, M) := \begin{cases} temp \leftarrow x_{AM}(t, \omega_T, x_{NF\_Band}, M) \\ temp \leftarrow temp \cdot \frac{\operatorname{sign}(temp) + 1}{2} \\ temp \end{cases}$$

Berechnung der Fourierkoeffizienten:

$$c_{Hüll_n} := \int_0^1 x_{Hüll}(t, \omega_T, x_{NF\_Band}, M) \cdot e^{-j \cdot n \cdot 2 \cdot \pi \cdot t} dt$$

$$c_{Hüll1_n} := \overline{c_{Hüll_n}} \quad c_{Hüll1_0} := 0 \quad c_{Hüll1_{fT}} := 0 \quad c_{Hüll1_{2fT}} := 0 \quad c_{Hüll2_n} := \overline{c_{Hüll1_n}}$$

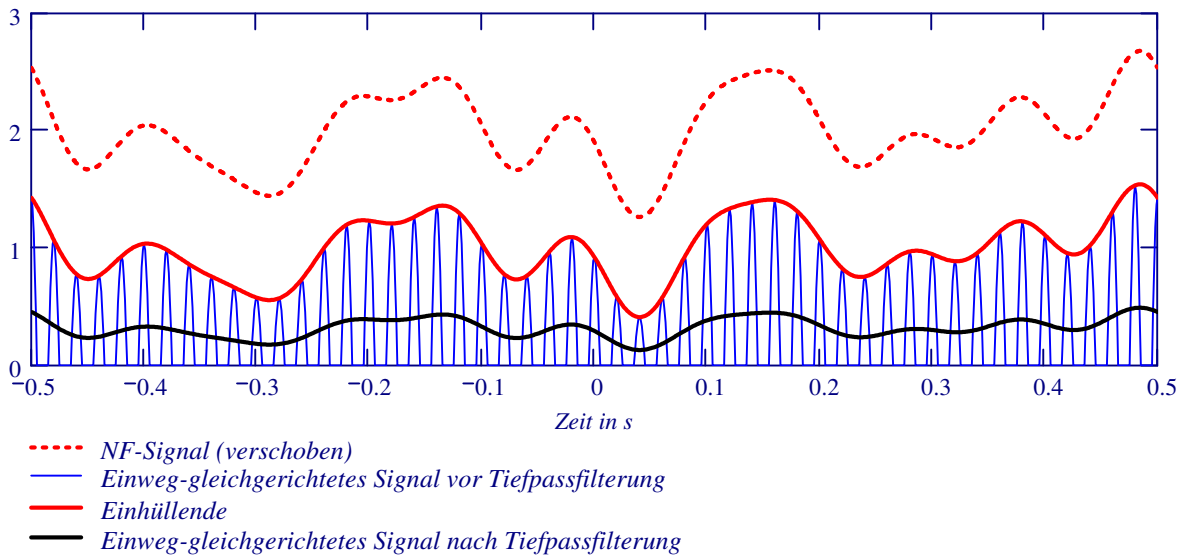
Hier noch einmal zum Vergleich die Spektren des NF-Signals und des modulierten Signals. Die Gleichrichtung bewirkt ähnlich wie die Multiplikation mit dem Träger eine Aufteilung und Verschiebung des NF-Spektrums.



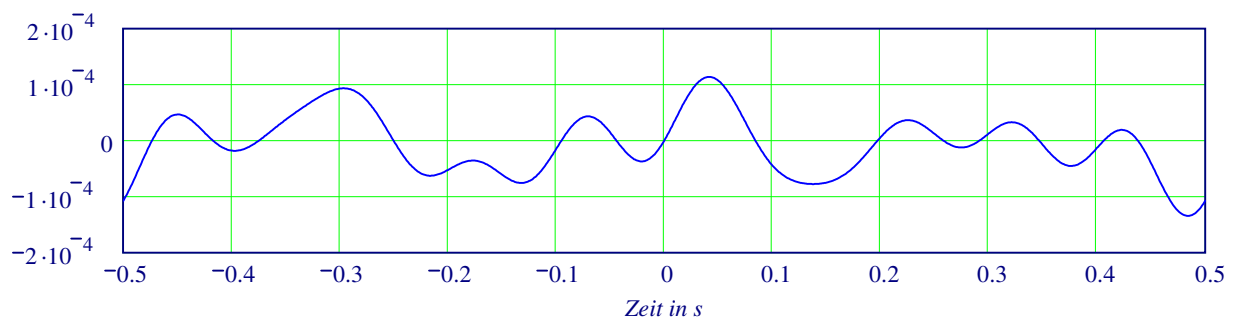
Die Fourierreihe des gleichgerichteten Signals:

$$x_{Hüll\_Fourier}(t, N) := c_{Hüll_0} + 2 \cdot \operatorname{Re} \left( \sum_{n=1}^N c_{Hüll_n} \cdot e^{j \cdot n \cdot 2 \cdot \pi \cdot t} \right)$$

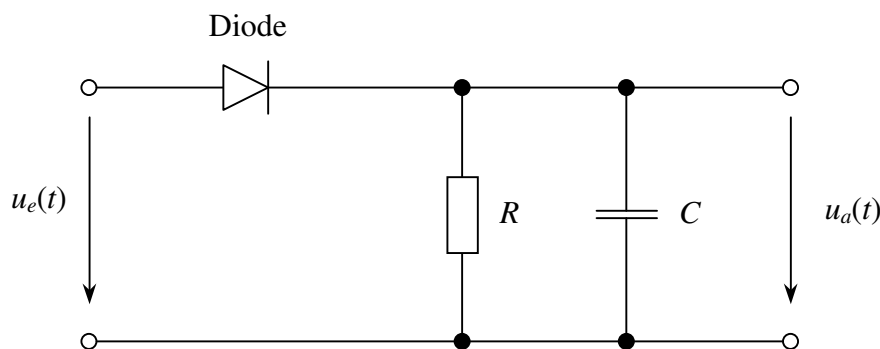
Die Grafik zeigt, dass durch Tiefpassfilterung (Mittelwertbildung) des gleichgerichteten Signals ein dem Originalsignal proportionales NF-Signal entsteht:



Auch hier ist eine Verstärkung des demodulierten Signals notwendig. Die Abweichungen zwischen Originalsignal und demoduliertem Signal sind zwar wesentlich größer als bei Synchrondemodulation aber immer noch sehr gering:



Am Schluss zeigen wir noch, wie mit einer einfachen Schaltung (*Spitzenwertgleichrichter*) die Hüllkurvendemodulation real vorgenommen werden kann.



Die Maschengleichung der Schaltung lautet

$$u_e(t) = u_D(t) + u_a(t) = i_D(t) \cdot R_D + u_a(t)$$

Für den Diodenstrom gilt

$$i_D(t) = i_R(t) + i_C(t) = \frac{u_a(t)}{R} + \frac{d}{dt}q_C(t) = \frac{u_a(t)}{R} + C \cdot \frac{d}{dt}u_C(t) = \frac{u_a(t)}{R} + C \cdot \frac{d}{dt}u_a(t)$$

Dies ergibt, oben eingesetzt:

$$u_e(t) = \left( \frac{u_a(t)}{R} + C \cdot \frac{d}{dt}u_a(t) \right) \cdot R_D + u_a(t)$$

Dabei ist natürlich zu beachten, dass der Diodenwiderstand  $R_D$  nicht konstant ist sondern von der Diodenspannung bzw. indirekt von Ein- und Ausgangsspannung abhängt:

$$R_D = R_D(u_D) = \frac{u_D(t)}{i_D(t)} = \frac{u_e(t) - u_a(t)}{i_D(t)}$$

Nun wird die Zeit diskretisiert und der Differenzialquotient durch einen Differenzenquotienten ersetzt, sodass eine Differenzengleichung entsteht:

$$u_{e_n} = \frac{R_D}{R} \cdot u_{a_n} + R_D \cdot C \cdot \frac{u_{a_n} - u_{a_{n-1}}}{\Delta t} + u_{a_n}$$

$$u_{a_n} = \frac{u_{e_n} \cdot R \cdot \Delta t + R \cdot C \cdot R_D \cdot u_{a_{n-1}}}{R \cdot \Delta t + R_D \cdot (\Delta t + R \cdot C)}$$

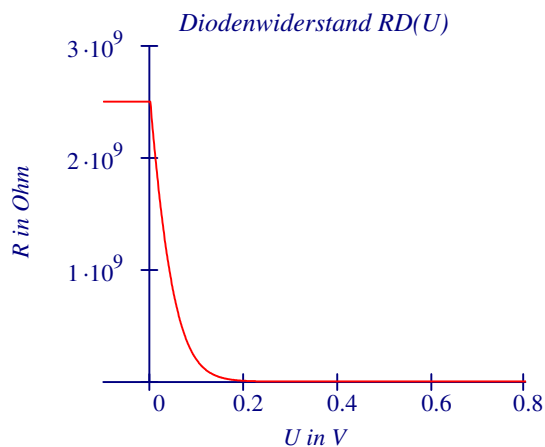
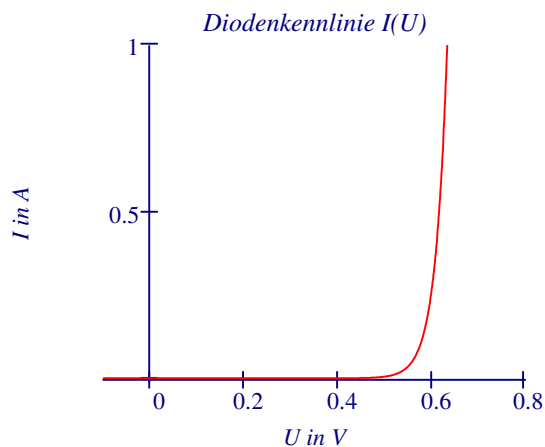
Bei bekannter Diodenkennlinie kann man den Diodenwiderstand als Funktion der Diodenspannung definieren und in die Gleichung einsetzen:

$$u_{a_n} = \frac{u_{e_n} \cdot R \cdot \Delta t + \tau \cdot R_D(u_{e_{n-1}} - u_{a_{n-1}}) \cdot u_{a_{n-1}}}{R \cdot \Delta t + R_D(u_{e_{n-1}} - u_{a_{n-1}}) \cdot (\Delta t + \tau)}$$

Als Diodenkennlinie wird jene von oben verwendet. Damit kann der Diodenwiderstand definiert werden:

$$R_D(U) := \text{wenn} \left( I(U) > 0, \frac{U}{I(U)}, 2.5 \cdot 10^9 \right)$$

$$U := -0.1, -0.1 + 0.001..0.8$$



Zeit := 1

Wahl der Schaltungsparameter:

$R := 10000$

$C := 2.2 \cdot 10^{-6}$

$\tau := R \cdot C$

$\tau = 0.022$

Berechnung des Zeit-Diskretisierungsintervalls und der Punktezahl:

$T_T := \frac{1}{f_T}$

$\Delta t := \min\left(\frac{\tau}{100}, \frac{T_T}{100}\right)$

$N := \frac{\text{Zeit}}{\Delta t}$

$\Delta t = 2 \times 10^{-4}$

$N = 5 \times 10^3$

Definition der Eingangsspannung

$n := 0..N$

$u_e := x_{AM}(n \cdot \Delta t, \omega_T, x_{NF\_Band}, M)$

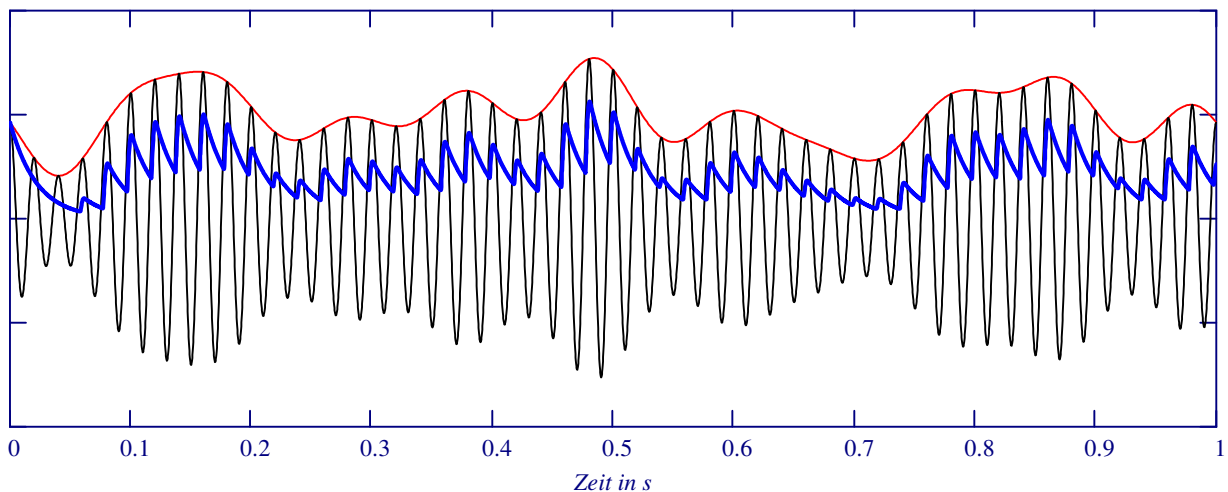
Rekursive Berechnung des Ausgangssignals:

$u_{a_0} := u_{e_0}$

$u_{a_{n+1}} := \frac{u_{e_n} \cdot R \cdot \Delta t + \tau \cdot R_D(u_{e_n} - u_{a_n}) \cdot u_{a_n}}{R \cdot \Delta t + R_D(u_{e_n} - u_{a_n}) \cdot (\Delta t + \tau)}$

$m := 0..N$

$t := 0, 0.001.. \text{Zeit}$



- NF-Signal mit Gleichanteil (Einhüllende)
- Eingangssignal: Moduliertes Signal
- Hüllkurvendemoduliertes Signal

Die hochfrequenten Signalanteile werden (bei richtiger Dimensionierung von  $R$  und  $C$ ) stark verkleinert, das Originalsignal daher einigermaßen erkennbar rekonstruiert. Das Ergebnis ist aber dennoch unbefriedigend. Gerade hier ist aber zu beachten, dass in der Realität, wie schon erwähnt, die Trägerfrequenz gegenüber der höchsten Modulationsfrequenz wesentlich größer ist als bei unseren Demonstrationen. Dadurch werden die zeitlichen "Lücken" zwischen den einzelnen Maxima viel kürzer und lassen sich durch Tiefpassfilterung viel besser "auffüllen". Die Präzision bei der Demodulation steigt damit beträchtlich.