



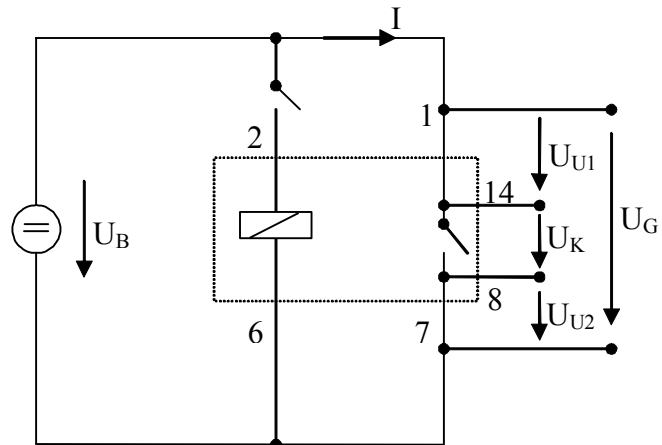
Wilfried Rohm, HTL Saalfelden

Kontaktwiderstandsmessung

Zur Beispielsübersicht

Zur Ermittlung des Kontaktwiderstandes eines Reedrelais wurde (unter Wiederholbedingungen!) eine Strom- Spannungsmessung gemäß Abbildung durchgeführt. Dabei wurden folgende Messwerte aufgenommen (siehe weiter unten)

Bei dieser Zweidrahtmessung wird mit U_G der gesamte Spannungsabfall gemessen, also sowohl jener am Kontaktwiderstand R_K (zwischen den Klemmen 14 und 8) als auch der an den Übergangswiderständen R_{U1} (von Klemme 1 zur Klemme 14) und R_{U2} (von Klemme 8 zur Klemme 7).



Der Wert des Übergangswiderstandes R_{U1} beträgt $35,1 \text{ m}\Omega$, jener des Übergangswiderstandes R_{U2} $33,8 \text{ m}\Omega$. Berechne:

- den Schätzwert für den Kontaktwiderstand R_K
- die Schwankung („den Fehler“) s_{RK} , mit der die Messwerte behaftet sind.
- die Vertrauensgrenzen für den Kontaktwiderstand und für σ_{RK} für eine statistische Sicherheit von $P=95\%$.
- Erklären Sie die theoretischen Modelle zur Fehlerrechnung und begründen Sie damit Ihre Vorgangsweise in Punkt b.
- Erklären Sie die Formelsätze zur Berechnung der Vertrauensgrenzen in Punkt c. Wie wirkt sich eine Erhöhung der Anzahl der Messwerte auf diese Vertrauensgrenzen aus? Versuchen Sie, dies auch anschaulich darzustellen!

Hinweis : Die Werte sind auf der nächsten Seite schon in einem Vektor eingelesen!

Die Angaben:

i := 0.. 15

UG_i :=

I_j :=

4.29mV
4.18mV
4.29mV
4.23mV
4.28mV
4.22mV
4.26mV
4.31mV
4.29mV
4.19mV
4.25mV
4.20mV
4.28mV
4.23mV
4.32mV
4.33mV

40.56mA
40.35mA
40.58mA
40.71mA
40.43mA
40.61mA
40.82mA
40.53mA
40.76mA
40.39mA
40.48mA
40.43mA
40.53mA
40.75mA
40.72mA
40.63mA

$$R_{U1} := 35.1 \frac{\Omega}{1000}$$

$$R_{U2} := 33.8 \frac{\Omega}{1000}$$

n := länge(I) n = 16

a) Zur Abschätzung des Kontaktwiderstandes muss zunächst die Messwerte bezüglich ihrer SYSTEMATISCHEN Messfehler korrigiert werden.

$$UK_i := UG_i - I_j \cdot (R_{U1} + R_{U2})$$

$$UK := UG - I \cdot (R_{U1} + R_{U2})$$

	0
0	1.495·10 ⁻³
1	1.4·10 ⁻³
2	1.494·10 ⁻³
3	1.425·10 ⁻³
4	1.494·10 ⁻³
5	1.422·10 ⁻³
6	1.448·10 ⁻³
7	1.517·10 ⁻³

UK =

Beide Definitionen sind gleichwertig!!

Damit ergeben sich über die Mittelwertbildung die folgenden Schätzwerte

$$UK_{schätz} := \text{mittelwert}(UK)$$

$$UK_{schätz} = 1.463 \text{ mV}$$

$$I_{schätz} := \frac{1}{n} \cdot \sum_i I_j$$

$$I_{schätz} = 40.58 \text{ mA}$$

$$RK_{schätz} := \frac{UK_{schätz}}{I_{schätz}}$$

$$RK_{schätz} = 36.062 \frac{\Omega}{1000}$$

b) Zunächst werden die einzelnen Schwankungen (Standardabweichungen) ermittelt und als "Fehlerangaben" interpretiert. Danach wird über das Gauss'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz (Hinweis: es handelt sich ja um zufällige Fehler!) der Fehler für den Widerstand ermittelt, der sich bei der Berechnung des Widerstandes aus Spannung und Strom gemäß dem Ohmschen Gesetz ergibt.

$$s_{UK} := \text{Stdev}(UK)$$

$$s_{UK} = 0.04367 \text{ mV}$$

$$s_I := \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \left[\sum_i (I_i - I_{schätz})^2 \right]}$$

$$s_I = 0.14334 \text{ mA}$$

$$R(U, I) := \frac{U}{I}$$

$$\Delta_{RK} := \sqrt{\left(\frac{d}{dU_{Schätz}} R(UK_{Schätz}, I_{Schätz})\right)^2 \cdot s_{UK}^2 + \left(\frac{d}{dI_{Schätz}} R(UK_{Schätz}, I_{Schätz})\right)^2 \cdot s_I^2}$$

$$\Delta_{RK} = 1.084 \frac{\Omega}{1000}$$

c) Gesucht ist der Vertrauensbereich für den Mittelwert ($RK_{Schätz}$) bei unbekannter Standardabweichung (besser gesagt: die Standardabweichung wird aus der Messung geschätzt) - Anwendung der t-Verteilung!

$$\alpha := 0.05$$

$$n = 16$$

$$t_{inv}(\alpha, n) := qt\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n - 1\right)$$

$$t_{inv}(\alpha, n) \cdot \frac{\Delta_{RK}}{\sqrt{n}} = 5.775 \times 10^{-4} \Omega \quad t_{inv}(\alpha, n) = 2.131$$

$$RK_{unten} := RK_{Schätz} - t_{inv}(\alpha, n) \cdot \frac{\Delta_{RK}}{\sqrt{n}}$$

$$RK_{unten} = 35.485 \frac{\Omega}{1000}$$

$$RK_{Schätz} = 0.036 \Omega$$

$$RK_{oben} := RK_{Schätz} + t_{inv}(\alpha, n) \cdot \frac{\Delta_{RK}}{\sqrt{n}}$$

$$RK_{oben} = 36.64 \frac{\Omega}{1000}$$

$$x_{quer} := RK_{Schätz}$$

$$s := \Delta_{RK}$$

$$\mu_{un} := x_{quer} - qt\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n - 1\right) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\mu_{un} = 0.03548 \Omega$$

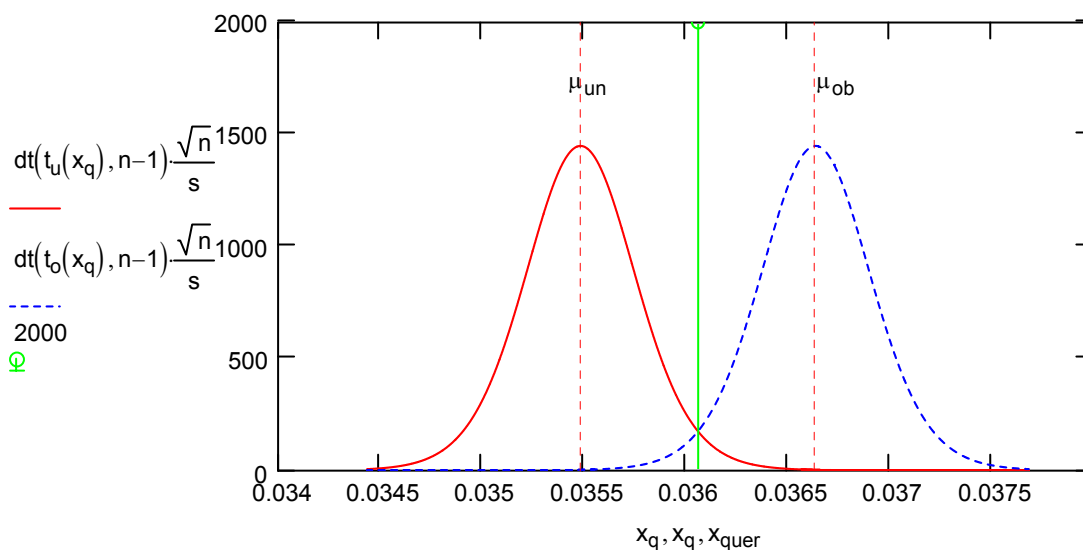
$$\mu_{ob} := x_{quer} + qt\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n - 1\right) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\mu_{ob} = 0.03664 \Omega$$

$$x_q := x_{quer} - 6 \frac{s}{\sqrt{n}}, x_{quer} - 6 \frac{s}{\sqrt{n}} + \frac{s}{1000} \dots x_{quer} + 6 \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$t_u(x_q) := \frac{x_q - \mu_{un}}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t_o(x_q) := \frac{x_q - \mu_{ob}}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$



Vertrauensbereich für die Standardabweichung:

$$\sigma_{un} := \sqrt{\frac{n-1}{qchisq\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n-1\right)}} \cdot \Delta RK$$

$$\sigma_{un} = 8.006 \times 10^{-4} \Omega$$

$$\sigma_{ob} := \sqrt{\frac{n-1}{qchisq\left(\frac{\alpha}{2}, n-1\right)}} \cdot \Delta RK$$

$$\sigma_{ob} = 1.677 \times 10^{-3} \Omega$$

Vertrauensbereich für σ

$$\alpha := 0.05$$

$$n := 16$$

$$s_{geg} := \Delta RK$$

▼ Berechnung

$$\sigma_{un} := \sqrt{\frac{n-1}{qchisq\left(1 - \frac{\alpha}{2}, n-1\right)}} \cdot s_{geg}$$

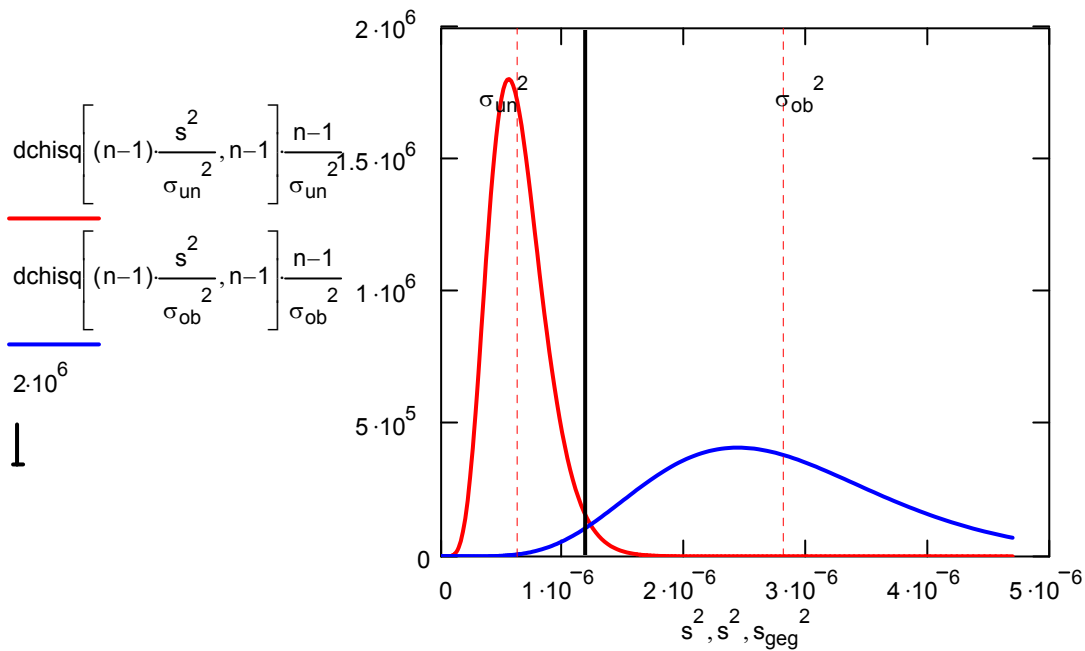
$$\sigma_{un} = 8.006 \times 10^{-4} \Omega$$

$$\sigma_{ob} := \sqrt{\frac{n-1}{qchisq\left(\frac{\alpha}{2}, n-1\right)}} \cdot s_{geg}$$

$$\sigma_{ob} = 1.677 \times 10^{-3} \Omega$$

$$s := 0, \frac{s_{geg}}{100} .. 2 \cdot s_{geg}$$

▲ Berechnung



[Zur Beispielsübersicht](#)