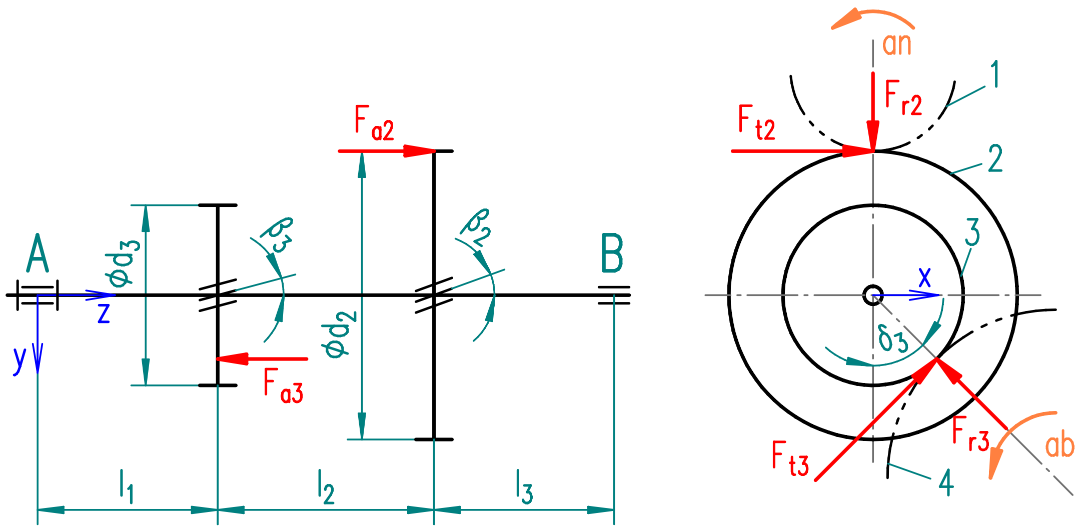
Kabus-Aufgabe 2.118: Getriebe-Zwischenwelle



Angaben

$U := 1$ $° := \text{Grad}$ Indizes: $x := 0$ $y := 1$ $z := 2$

$M_{an} := 2N \cdot m$

$l_1 := 25mm$ $l_2 := 30mm$ $l_3 := 25mm$ $d_2 := 40mm$ $d_3 := 25mm$ $\delta_3 := 45\text{Grad}$

$\alpha := 20\text{Grad}$ $\beta_2 := 20°$ $\beta_3 := 15°$

Es sind die Auflagerkräfte gesucht.

Zahnkräfte

Berechnung der Tangential-, Radial- und Axialkräfte lt. MEL-Formeln.

Umfangskräfte $F_{t2} := \frac{2M_{an}}{d_2}$ $F_{t2} = 100\,N$ $F_{t3} := \frac{2M_{an}}{d_3}$ $F_{t3} = 160\,N$

Radialkräfte $F_{r2} := \frac{F_{t2}}{\cos(\beta_2)} \cdot \tan(\alpha)$ $F_{r2} = 38.733\,N$ $F_{r3} := \frac{F_{t3}}{\cos(\beta_3)} \cdot \tan(\alpha)$ $F_{r3} = 60.29\,N$

Axialkräfte $F_{a2} := F_{t2} \cdot \tan(\beta_2)$ $F_{a2} = 36.397\,N$ $F_{a3} := -F_{t3} \cdot \tan(\beta_3)$ $F_{a3} = -42.872\,N$

Zahnkräfte als Vektoren im Koordinatensystem lt. Abb.

Vektoren der Zahnkräfte

$$\mathbf{F_3} := \begin{pmatrix} F_{t3} \cdot \cos(\delta_3) - F_{r3} \cdot \sin(\delta_3) \\ -F_{t3} \cdot \sin(\delta_3) - F_{r3} \cdot \cos(\delta_3) \\ F_{a3} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{F_2} := \begin{pmatrix} F_{t2} \\ F_{r2} \\ F_{a2} \end{pmatrix}$$

Auflagerkraft-B aus Momentengleichgewicht um A

Zuerst muss man die Hebel der Zahnkräfte von deren Zahnangriffspunkt zum Festlager-A definieren

Hebel der Zahnkräfte vom Kraft-Angriffspunkt zu bel. Punkt der Welle

$$\mathbf{h_{3A}} := \begin{pmatrix} -\frac{d_3}{2} \cdot \sin(\delta_3) \\ -\frac{d_3}{2} \cdot \cos(\delta_3) \\ -l_1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{h_{2A}} := \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{d_2}{2} \\ -(l_1 + l_2) \end{bmatrix}$$

Moment der Zahnkräfte um A

$$\mathbf{M_{zA}} := \mathbf{F_2} \times \mathbf{h_{2A}} + \mathbf{F_3} \times \mathbf{h_{3A}} \qquad \mathbf{M_{zA}} = \begin{pmatrix} 0.657 \\ 7.642 \\ 0 \end{pmatrix} N \cdot m$$

Momentengleichgewicht um A

Das Moment $\mathbf{M_{zA}}$ muss durch das Moment von $\mathbf{F_B}$ ins Gleichgewicht gesetzt werden. D.h. es gilt folgende Gleichung:

Lagerabstand $L := l_1 + l_2 + l_3$

$$\begin{pmatrix} F_{Bx} \\ F_{By} \\ 0 \end{pmatrix} \times \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -L \end{pmatrix}}_{\text{Hebel von } F_B \text{ um A}} + \mathbf{M_{zA}} = \mathbf{0} \qquad \text{bzw.} \qquad \begin{bmatrix} F_{By} \cdot (-L) \\ -[F_{Bx} \cdot (-L)] \\ 0 \end{bmatrix} = -\begin{pmatrix} M_{zA_x} \\ M_{zA_y} \\ M_{zA_z} \end{pmatrix}$$

Aus den ersten beiden "Gleichheiten" kannst man F_{By} und F_{Bx} berechnen.

$$-F_{By} \cdot L = -\mathbf{M_{zA}}_x \qquad F_{By} := \frac{\mathbf{M_{zA}}_x}{L}$$

$$F_{Bx} \cdot L = -\mathbf{M_{zA}}_y \qquad F_{Bx} := \frac{-\mathbf{M_{zA}}_y}{L} \qquad \mathbf{F_B} := \begin{pmatrix} F_{Bx} \\ F_{By} \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{F_B} = \begin{pmatrix} -95.52 \\ 8.213 \\ 0 \end{pmatrix} N \qquad F_B := |\mathbf{F_B}| \qquad \boxed{F_B = 95.872\,N}$$

Auflagerkraft-A aus Kräftegleichgewicht

Die Summe aller Kräfte muss Null sein, woraus sich die Auflagerkraft $\mathbf{F_A}$ berechnen läßt. Die geometrische Summe aus F_{Ax} und F_{Ay} ergibt die Radialkraft von Lager-A, F_{Az} die Axialkraft.

$$\mathbf{F_A} + \mathbf{F_2} + \mathbf{F_3} + \mathbf{F_B} = \mathbf{0} \qquad \mathbf{F_A} := -(\mathbf{F_2} + \mathbf{F_3} + \mathbf{F_B}) \qquad \mathbf{F_A} = \begin{pmatrix} -74.986 \\ 108.823 \\ 6.475 \end{pmatrix} N$$

$$F_{Ar} := \sqrt{\left(\mathbf{F_A}_x\right)^2 + \left(\mathbf{F_A}_y\right)^2} \qquad \boxed{F_{Ar} = 132.156\,N}$$

$$F_{Aa} := \left|\mathbf{F_A}_z\right| \qquad \boxed{F_{Aa} = 6.475\,N}$$

Welcher Masochist will da noch konventionell rechnen?!