Roland Pichler pc@htl-kapfenberg.ac.at

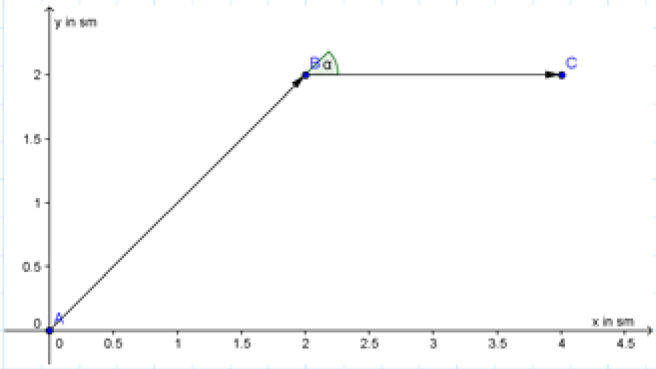
SRDP Aufgaben Cluster 3
Motoryacht

Motoryacht

Aufgabennummer: B-C3_05

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Eine Motoryacht ist auf dem Mittelmeer unterwegs. Sie fährt zuerst nach Nord-Ost (NO) und ändert dann ihren Kurs auf Ost (O). Die Entfernungen werden üblicherweise in Seemeilen (sm) gemessen. Legt man den Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems in den Ausgangspunkt des Schiffes, lässt sich der Kurs wie folgt darstellen:



a) – Geben Sie die Parameterdarstellung der beiden Geradengleichungen an, auf denen der Kurs von A nach B und der Kurs von B nach C liegt.

b) Eine Seemeile (sm) entspricht etwa 1 852 Metern (m).

– Berechnen Sie die Entfernung von Punkt A nach B in Kilometern (km).

c) – Beschreiben Sie, wie das skalare Produkt berechnet wird.
– Dokumentieren Sie, wie man den Winkel zwischen den beiden Kursen mithilfe der Vektorrechnung berechnen kann.
– Erklären Sie, für welche Kurse vom Punkt B aus das skalare Produkt null ergibt.

d) An einem anderen Tag bewegt sich die Motoryacht vom Punkt $P_1 = (0|-2)$ aus in die Richtung, die durch den Vektor $v = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$ gegeben ist. Ein Fischerboot befindet sich im Punkt $P_2 = (1|2)$ und fährt in die Richtung, die durch den Vektor $v = \begin{bmatrix} -6 \\ -5 \end{bmatrix}$ gegeben ist.

– Stellen Sie die Kurse der beiden Boote grafisch dar.
– Berechnen Sie jenen Punkt S im Koordinatensystem, in dem die beiden Kurse einander kreuzen.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

<u>Lösung zu a.</u>

$OA := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} nmi \qquad OB := \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} nmi \qquad OC := \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} nmi$

Definition der drei Punkte A, B und C mit Einheiten.
nmi ... nautische Meile
$nmi = \left(1.852 \cdot 10^{3}\right)\ m$

Parameterdarstellung der Geraden von A nach B

$AB := OB - OA$ — Richtungsvektor der Geraden

$X_{AB} := OA + \lambda \cdot AB \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \cdot nmi \cdot \lambda \\ 2 \cdot nmi \cdot \lambda \end{bmatrix}$ — Parameterdarstellung

Parameterdarstellung der Geraden von B nach C

$BC := OC - OB$ — Richtungsvektor der Geraden

$X_{AB} := OB + \mu \cdot BC \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \cdot nmi + 2 \cdot nmi \cdot \mu \\ 2 \cdot nmi \end{bmatrix}$ — Parameterdarstellung

---

<u>Lösung zu b.</u>

Länge der Strecke von A nach B

$L := |AB| \qquad L = 5.238\ km$

<u>Lösung zu c.</u>

a. Skalares Produkt: $\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} x_a \\ y_a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_b \\ y_b \end{pmatrix} = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b$

Der Winkel zwischen 2 Vektoren wird wie folgt berechnet: $\alpha = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}\right)$

$\vec{a} = \overrightarrow{AB},\ \vec{b} = \overrightarrow{BC}$ (evtl. Betrag eines Vektors: $|\vec{a}| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2}$)

Wenn das Skalare Produkt null ergibt, stehen die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufeinander normal. Das bedeutet, dass der Kurs von *B* nach *C* genau Süd-Ost (SO) oder genau Nord-West (NW) ist.

SRDP Aufgaben Cluster 3, Motoryacht

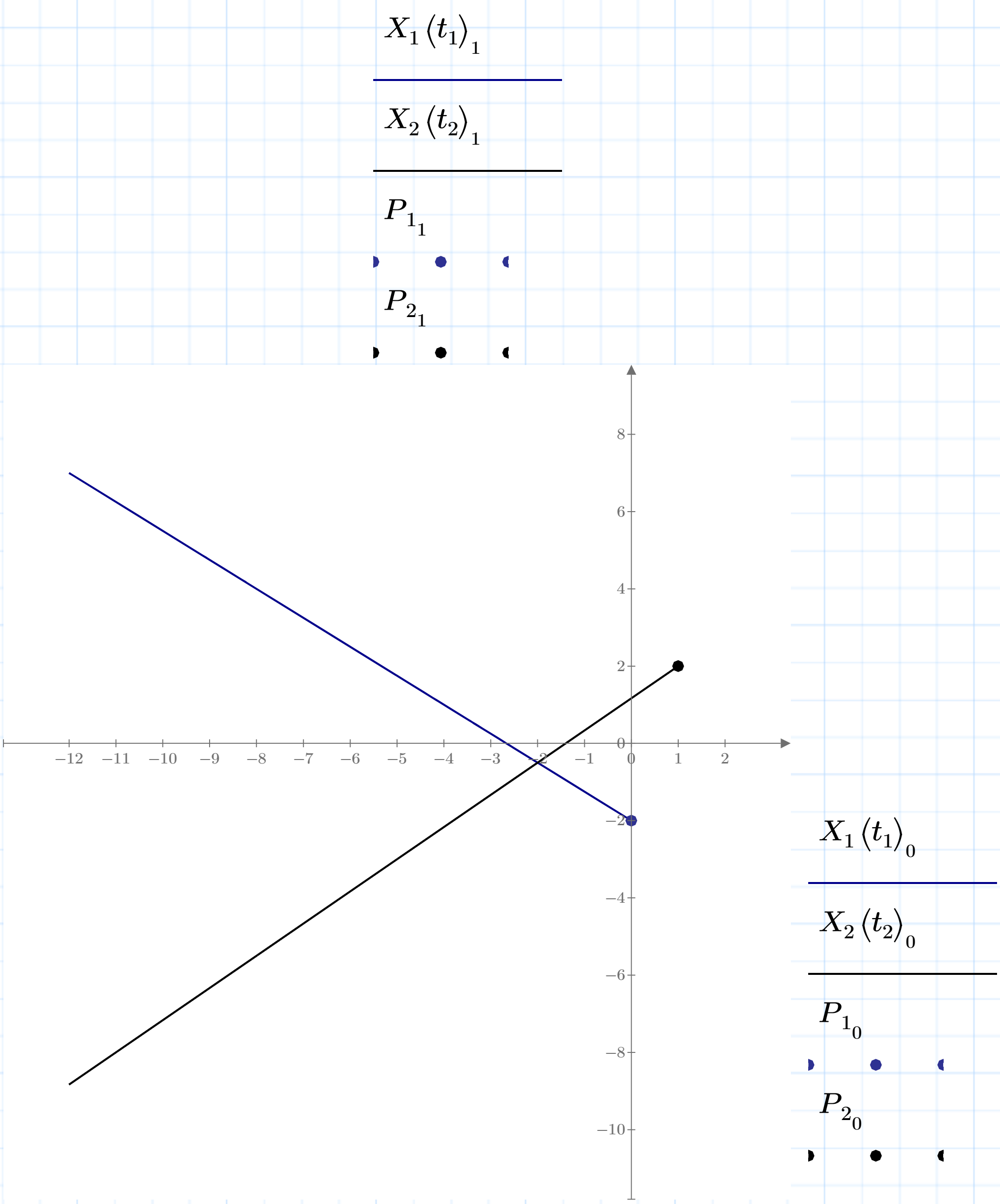
$$P_1 := \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \qquad v_1 := \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$P_2 := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad v_2 := \begin{bmatrix} -6 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Lösung zu d. 1. Teil

$$t_1 := 0, 0.01 .. 3 \qquad t_2 := 0, 0.001 .. 3$$

$$X_1(t_1) := P_1 + t_1 \cdot v_1 \qquad X_2(t_2) := P_2 + t_2 \cdot v_2$$



Lösung zu d. 2. Teil

$\mathbf{clear}\left(t_1, t_2\right)$ Löscht die zugewiesenen Werte für t_1 und t_2

$$P_1 + t_1 \cdot v_1 = P_2 + t_2 \cdot v_2 \xrightarrow{solve, t_1, t_2} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

oder

$$\begin{bmatrix} t_1 & t_2 \end{bmatrix} := X_1\left(t_1\right) = X_2\left(t_2\right) \xrightarrow{solve, t_1, t_2} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$S_1\left(t_1\right) := P_1 + t_1 \cdot v_1$ $S_2\left(t_2\right) := P_2 + t_2 \cdot v_2$

$S_1\left(t_1\right) = \begin{bmatrix} -2 \\ -0.5 \end{bmatrix}$ $S_2\left(t_2\right) = \begin{bmatrix} -2 \\ -0.5 \end{bmatrix}$

$t := -5, -4 .. 2$