



ÜTA: B - Tragwerk für Cluster 1 und 3

- **Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:**

Winkelfunktionen im schiefwinkligen Dreieck;
lineare Regression;
bestimmtes Integral

- **Kurzzusammenfassung**

Übungsbeispiel zur Vorbereitung auf die sRDP in AM zum fachspezifischen Teil B für die Cluster 1 und 3

- **Didaktische Überlegungen / Zeitaufwand: [optional]**

Durch die gemischten Inhalte können die einzelnen Items in den jeweiligen Jahrgängen eingesetzt werden.
Alternativ kann das Beispiel auch zur Vorbereitung/Wiederholung der Inhalte für die sRDP in der 5.Klasse verwendet werden.

- **Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):**

dem Lehrplan entsprechend für alle HTL Abteilungen;
Kompetenzkatalog für alle Abteilungen, die in Cluster 1 und 3 die sRDP absolvieren;

- **Mathcad-Version:**

Prime 3

Stahlkonstruktion

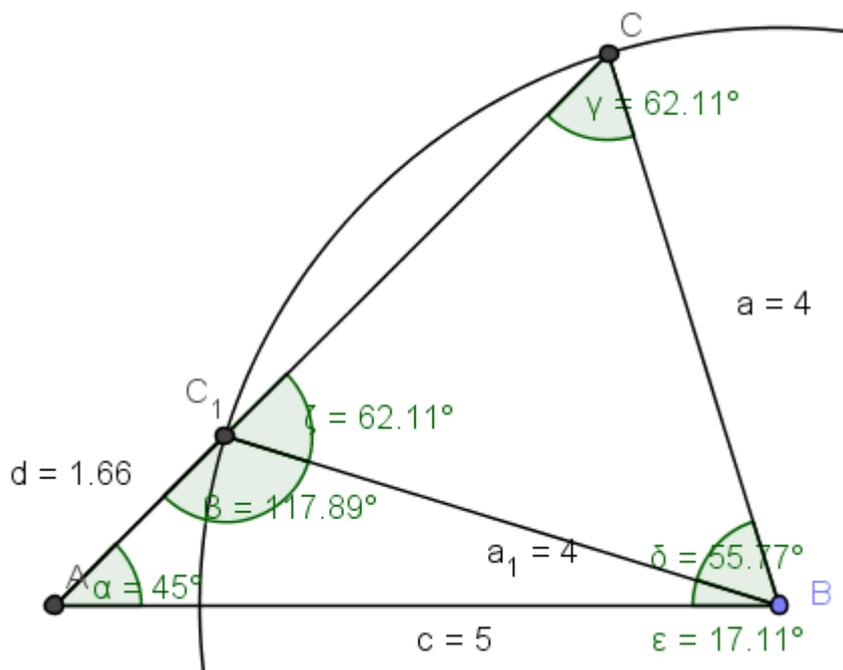
Zur Verstärkung einer Stahlkonstruktion Halle sind Bauteile, die jeweils aus 3 Stäben bestehen, erforderlich.

a. Die Grundform eines Bauteils ist ein allgemeines Dreieck ABC. Die Abmessungen sind gegeben durch: Winkel im Eckpunkt A: $\alpha := 45^\circ$, sowie die Seiten $a := 4 \text{ m}$ und $c := 5 \text{ m}$.

- Erklären Sie anhand einer Skizze des Dreiecks, warum es bei dieser Angabe zwei Lösungsmöglichkeiten gibt.
- Aus technischer Notwendigkeit darf die Länge des Stabes b maximal 2,5 Meter sein. Berechnen Sie die Länge des Stabes b .

Lösungserwartung:

Bei dieser Angabe kann ein Kreisbogen mit Radius 4m von B aus so abgeschlagen werden, dass dieser die Seite b in zwei Schnittpunkten schneidet. Daher ergeben sich die beiden Lösungen - "Zweideutigkeit des SSW-Satzes".



Sinussatz:

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} := \frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\gamma)}{c} \xrightarrow{\text{solve, } \gamma} \begin{bmatrix} \arcsin\left(\frac{5 \cdot \sin(45^\circ)}{4}\right) \\ \pi - \arcsin\left(\frac{5 \cdot \sin(45^\circ)}{4}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 62.114 \\ 117.886 \end{bmatrix} \circ$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} := \pi - \alpha - \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 72.886 \\ 17.114 \end{bmatrix} \circ$$

$i := 1, 2 \dots 2$

$$b_i := \sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta_i)} \quad b_1 = 5.406 \text{ m} \quad b_2 = 1.665 \text{ m}$$

Daher ist die gesuchte Länge $b_2 = 1.665 \text{ m}$

Lösungsschlüssel:

- 1 x A: für die richtige Skizze
- 1 x D: für die richtige Erklärung
- 1 x A: für die richtige Vorgehensweise bei der Berechnung (beide Lösungen)
- 1 x B: für die richtige Berechnung der gesuchten Länge

Kompetenzkatalog: B1_2.3 und B3_2.3

b. Folgende Tabelle zeigt die geschätzten Produktionskosten eines Stabes in Abhängigkeit von der Produktionsmenge.

Stückzahl Produktionskosten

10	112
50	480
100	900
500	3900
1000	6000

- Bestimmen Sie die Kostenfunktion als lineare Regressionsgerade.
- Lesen Sie aus der linearen Regressionsgerade die variablen Kosten ab.
- Berechnen Sie, um wieviel Prozent der Preis pro Stück sinkt, wenn an Stelle von 10 Stück 1000 Stück produziert werden.

Lösungserwartung:

$$\begin{bmatrix} k \\ d \end{bmatrix} := \text{line}(\text{Stückzahl}, \text{Produktionskosten})$$

$$k = 279.822$$

$$d = 6.02$$

$$y(x) := k \cdot x + d$$

Variable Kosten: $k = 279.822$

Änderung des Stückpreises in %: $\frac{11.2 - 6}{11.2} \cdot 100 = 46.429$

Lösungsschlüssel:

- 1 x B: für die richtige Regressionsfunktion
- 1 x C: für die variablen Kosten
- 1 x B: für die richtige Berechnung des Prozentsatzes

Kompetenzkatalog: B1_5.4 und B3_5.4, A_1.5

-
- c. Eine Lieferung derartiger Bauteile wird auf einen LKW verladen. Dabei wird die Feder eines Stoßdämpfers zusammengedrückt.
Die Federkraft kann durch die Funktion F mit $F(s) := 200000 \cdot s$ beschrieben werden.
 F Kraft in Newton
 s Längenänderung der Feder in Meter
- Berechnen Sie, welche Arbeit erforderlich ist, wenn die Feder in Bezug auf die Ausgangslage um 2,5 cm zusammengedrückt wird.
 - Erklären Sie, warum ein weiteres Zusammendrücken der Feder um wieder 2,5 cm mehr Arbeit erfordert.

Lösungserwartung:

$$W := \int_0^{0.025} F(s) \, ds \quad W = 62.5$$

Die Federarbeit ist $W = 62.5$ Nm.

Ein weiteres Zusammendrücken der Feder fordert mehr Arbeit, da nun die Grenzen von 2,5 bis 5 cm verwendet werden müssen und daher die Fläche im Integral für W zunimmt.

$$W := \int_{0.025}^{0.05} F(s) \, ds \quad W = 187.5$$

Lösungsschlüssel:

1 x B: für die richtige Berechnung

1 x D: für die richtige Begründung

Kompetenzkatalog: B1_4.5 und B3_4.5