



DI Dr. techn. Klaus LEEB

Kennlinie einer 2-stufigen Kreiselpumpe



- **Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:**

Ermitteln einer Kennlinie. Importieren und Auswerten von Messdaten. Erstellen eines 2-D Graphen. Anwendung der "Ähnlichkeitsgesetze".

- **Kurzzusammenfassung**

Gemessen wird der Druck am Austritt der Pumpe (genaugenommen nach einer Rohrstrecke --> die Reibung wird vernachlässigt) und der Differenzdruck an der Venturidüse, sowie der von der Pumpe aufgenommene elektrische Strom. Durch zweimaliges Ansetzen der Bernoulli-Gleichung von Unterwasser bis Eintritt Pumpe und von Austritt Pumpe bis zum Druckmesser kann man den Eintrittsdruck wie auch die Geschwindigkeit vor der Pumpe ermitteln --> daraus ergibt sich dann die Pumpenkennlinie $H(V)$. Es werden 2 Kennlinien aufgenommen (unterschiedliche Drehzahlen). Mithilfe der Ähnlichkeitsgesetze (Selbstähnlichkeit) werden die Kennlinien auf die jeweils andere Drehzahl zurückgerechnet.

- **Didaktische Überlegungen / Zeitaufwand:**

- 1) Pumpenkennlinie bei konstanter Drehzahl
- 2) Wirkungsgrad der Pumpe
- 3) "Ähnliche" Kennlinien

Kennlinie einer Kreiselpumpe; Volumenstrommessung nach DIN1952; Elektronischer Druckaufnehmer; elektronischer Infrarot-Drehzahlsensor

Zeitaufwand: Ein gut vorbereiteter Schüler dürfte für diese Auswertung der Messdaten bis zur Erstellung des Diagramms - ohne Formatierung und Kommentare - in etwa 1 h benötigen.

- **Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):**

Fachtheorie: Strömungsmaschinen, Abteilung für Maschineningenieurwesen

- **Mathcad-Version:** erstellt mit Mathcad 14

- **Literaturangaben:**

Willi Bohl "Strömungsmaschinen 1", Vogel-Buchreihe ISBN: 3 - 8023 - 1527- 8
Steger "Technische Mechanik 2" Teubner-Verlag, ISBN: 3 - 519 - 16731 - X

- **Anmerkungen bzw. Sonstiges:**

Datum der Messdaten: 16.Sept 2008 ort: Labor HTL Wien10

Es wird über den Kugelschieber die Anlagenkennlinie verändert --> Drosselung

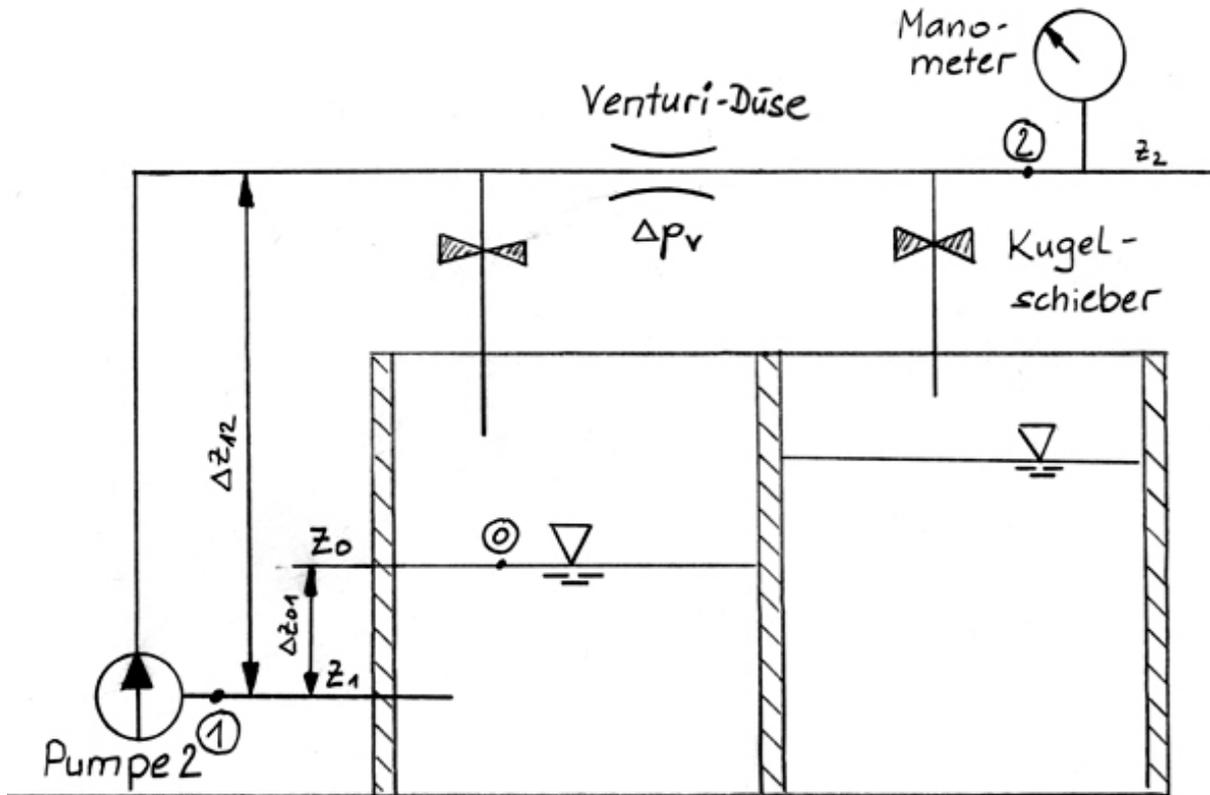


Kennline einer 2-stufigen Kreiselpumpe

Definition von Nicht - SI-Einheiten:

$$Nm := N \cdot m \quad \underline{g} := 9.81 \cdot \frac{m}{s^2} \quad \underline{bar} := 10^5 \cdot Pa \quad mbar := 10^{-3} \cdot bar$$

Anlagenschema:



Ermittlung der Pumpenkennlinie:

1) Bernoulli von 1 --> 2

$$\frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{c_2^2}{2 \cdot g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + z_1 + H_{Pumpe}$$

$$H_{Pumpe} = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} - \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + (z_2 - z_1) \quad \text{mit } c_2=0 \text{ m/s}$$

2) Bernoulli von 0 --> 1

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + z_1 = \frac{p_0}{\rho \cdot g} + \frac{c_0^2}{2 \cdot g} + z_0$$

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} = \frac{p_0}{\rho \cdot g} - \frac{c_1^2}{2 \cdot g} + (z_0 - z_1) \quad \text{mit } c_0=0 \text{ m/s}$$

3) Ermittlung der Geschwindigkeit c_1 am Pumpeneintritt

$$V_{\text{Punkt}} = c_1 \cdot A_1$$

$$c_1 = \frac{V_{\text{Punkt}}}{A_1}$$

4) Ermittlung des Volumenstromes mit Venturidüse nach DIN 1952

$$V_{\text{Punkt}} = C(\beta) \cdot E \cdot \varepsilon \cdot A_d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p_{\text{Venturi}}}{\rho_{\text{Wasser}}}}$$

Ermittelte Messdaten:

- 1) Druck an der Stelle "2" [bar] (Überdruck)
- 2) Druckdifferenz an Venturidüse [mA]
- 3) Aufgenommener Strom der Pumpe am Steuerschrank [A]

Messdaten: konstante Werte

geodätische Höhen (vom Boden im Keller aus gemessen)

$$z_0 := 1750\text{mm} \quad z_1 := 200\text{mm} \quad z_2 := 4020\text{mm}$$

Durchmesser der Ansaugrohres: $d_1 := 100 \cdot \text{mm}$

$$A_1 := \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A_1 = 78.54 \cdot \text{cm}^2$$

Luftdruck $p_0 := 1020 \cdot \text{mbar}$

Dichte des Wassers $\rho_{\text{Wasser}} := 1000 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Ermittlung der Offsets: $\Delta A_{\text{Venturi_offset}} := 0.07 \cdot \text{mA}$ Ruheanzeige 3.93 mA

$p_{2_offset} := 0.02 \cdot \text{bar}$ Ruheanzeige 0.02 bar

Messdaten := Messdaten Kennlinie Kreiselpumpe.xls

Datenbereich A2:F Einlesen von Spalte A2 bis Spalte F

Spalte "0": Überdruck bei "2" [bar]

Spalte "1": Aufgenommener Strom [A]

Spalte "2": Druckdifferenz Venturidüse [mA]

Drehzahl 2805Umin-1

Spalte "3": Überdruck bei "2" [bar]

Spalte "4": Aufgenommener Strom [A]

Spalte "5": Druckdifferenz Venturidüse [mA]

Drehzahl 2015Umin-1

$n := \text{zeilen}(\text{Messdaten}) \quad n = 10$

$i := 0..(n - 1)$ i für Messdatenreihe "2805 1/min" 10 Messpunkte

$k := 0..(n - 2)$ k für Messdatenreihe "2015 1/min" 9 Messpunkte

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------------|------|----|-------|------|----|-------|
| Messdaten = | 9.9 | 46 | 3.93 | 5.06 | 30 | 3.93 |
| | 8.9 | 66 | 5.56 | 4.36 | 42 | 4.7 |
| | 7.7 | 74 | 7.29 | 3.7 | 45 | 5.77 |
| | 6.6 | 78 | 8.45 | 3.1 | 47 | 6.42 |
| | 5.6 | 79 | 9.4 | 2.44 | 48 | 7.14 |
| | 4.5 | 80 | 10.48 | 1.88 | 49 | 7.76 |
| | 3.3 | 80 | 11.4 | 1.2 | 48 | 8.5 |
| | 2.2 | 79 | 11.6 | 0.64 | 48 | 9.03 |
| | 1.1 | 75 | 12.6 | 0.02 | 48 | 10.16 |
| | 0.02 | 76 | 13.14 | 0 | 0 | 0 |

Extrahieren der Messdaten aus dem "Messdatenfile"

Drücke werden immer "absolut" eingesetzt!!

$$p_{2_1i} := (\text{Messdaten}_{i,0} \cdot \text{bar} - p_{2_offset}) + p_0$$

$$p_{2_2k} := (\text{Messdaten}_{k,3} \cdot \text{bar} - p_{2_offset}) + p_0$$

$$\text{Current}_{1i} := \text{Messdaten}_{i,1} \cdot A$$

$$\text{Current}_{2k} := \text{Messdaten}_{k,4} \cdot A$$

$$A_{1\text{Vent}_i} := \text{Messdaten}_{i,2} \cdot \text{mA} + \Delta A_{\text{Venturi_offset}}$$

$$A_{2\text{Vent}_k} := \text{Messdaten}_{k,5} \cdot \text{mA} + \Delta A_{\text{Venturi_offset}}$$

Die Venturidüse: Ermittlung des Volumenstromes nach DIN 1952

$$V_{\text{Punkt}} = C(\beta) \cdot E \cdot \varepsilon \cdot A_d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p_{\text{Venturi}}}{\rho_{\text{Wasser}}}}$$

Daten der Venturidüse:

D := 124 · mm Durchmesser des Einlaufkonus

d := 52 · mm Durchmesser des engsten Querschnittes

$$A_d := \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A_d = 21.237 \cdot \text{cm}^2$$

Der Durchflusskoeffizient C(β): mit $\beta := \frac{d}{D}$

$$\beta = 0.419$$

aus Tabelle

$$C(\beta) := 0.9818$$

Vorgeschwindigkeitsfaktor E:

$$E = \frac{D^2}{\sqrt{D^4 - d^4}} = (1 - \beta^4)^{-0.5}$$

$$E := (1 - \beta^4)^{-0.5} \quad E = 1.016$$

Expansionsziffer ϵ : Für inkompressible Medien

$$\epsilon := 1$$

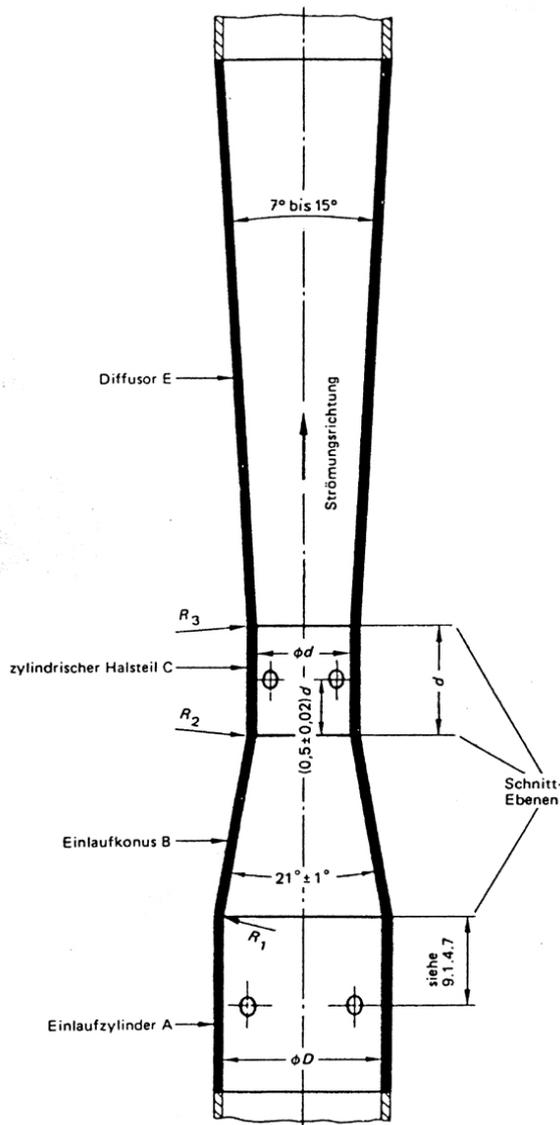


Bild 7. Klassisches Venturirohr

Tabelle 35. Durchflusskoeffizient C und Durchflusszahl α von Venturi-Düsen

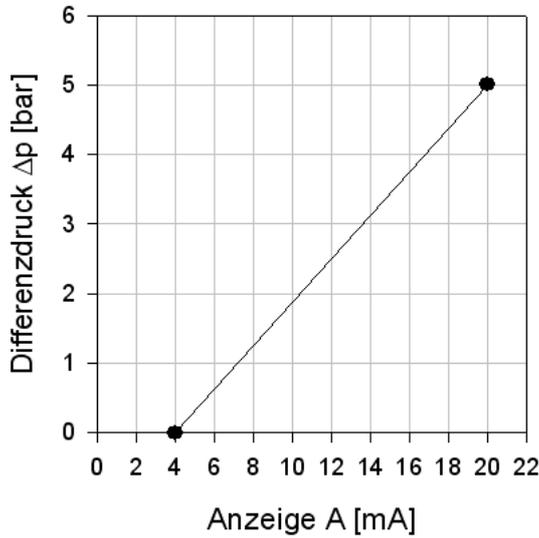
| β | C | α |
|---------|--------|----------|
| 0,316 | 0,9847 | 0,9896 |
| 0,320 | 0,9846 | 0,9898 |
| 0,340 | 0,9843 | 0,9909 |
| 0,360 | 0,9838 | 0,9922 |
| 0,380 | 0,9833 | 0,9937 |
| 0,400 | 0,9826 | 0,9955 |
| 0,420 | 0,9818 | 0,9975 |
| 0,440 | 0,9809 | 0,9998 |
| 0,460 | 0,9798 | 1,0025 |
| 0,480 | 0,9786 | 1,0056 |
| 0,500 | 0,9771 | 1,0092 |
| 0,520 | 0,9755 | 1,0132 |
| 0,540 | 0,9736 | 1,0178 |
| 0,560 | 0,9714 | 1,0230 |
| 0,580 | 0,9689 | 1,0289 |
| 0,600 | 0,9661 | 1,0356 |
| 0,620 | 0,9630 | 1,0431 |
| 0,640 | 0,9595 | 1,0518 |
| 0,660 | 0,9556 | 1,0616 |
| 0,680 | 0,9512 | 1,0728 |
| 0,700 | 0,9464 | 1,0857 |
| 0,720 | 0,9411 | 1,1005 |
| 0,740 | 0,9352 | 1,1177 |
| 0,760 | 0,9288 | 1,1378 |
| 0,775 | 0,9236 | 1,1551 |

Anmerkung: Genaue Interpolationen sind mit der Tabelle nicht möglich

Ermittlung des Differenzdruckes an der Venturidüse

Der Messumformer an der Venturidüse arbeitet nach dem "Ruhestromprinzip"--> d.h. er zeigt bereits 4mA bei Stillstand an ($\Delta p=0\text{bar}$). Bei $\Delta p =5 \text{ bar}$ zeigt er 20 mA an.

Zusammenhang A [mA] und Δp [bar]



Durch Ansetzen einer Geradengleichung erhält man die Korrelationsgleichung für Druck und Milliampere

$$\Delta p = (A - 4) \frac{5}{16} [\text{bar}]$$

A ... Anzeige in [mA... milliAmpere]

$$\Delta p_{1\text{Venturi}_i} := (A_{1\text{Vent}_i} - 4 \cdot \text{mA}) \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{\text{bar}}{\text{mA}}$$

Bei der Umrechnung müssen die Einheiten beachtet werden.

$$\Delta p_{2\text{Venturi}_k} := (A_{2\text{Vent}_k} - 4 \cdot \text{mA}) \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{\text{bar}}{\text{mA}}$$

$$V_{1\text{Punkt}_i} := C(\beta) \cdot E \cdot \varepsilon \cdot A_d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p_{1\text{Venturi}_i}}{\rho_{\text{Wasser}}}}$$

Volumenstrom laut DIN 1952

$$V_{2\text{Punkt}_k} := C(\beta) \cdot E \cdot \varepsilon \cdot A_d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p_{2\text{Venturi}_k}}{\rho_{\text{Wasser}}}}$$

$$c1_{1i} := \frac{V_{1\text{Punkt}_i}}{A_1}$$

$$c1_{2k} := \frac{V_{2\text{Punkt}_k}}{A_1}$$

Geschwindigkeit am Pumpeneintritt

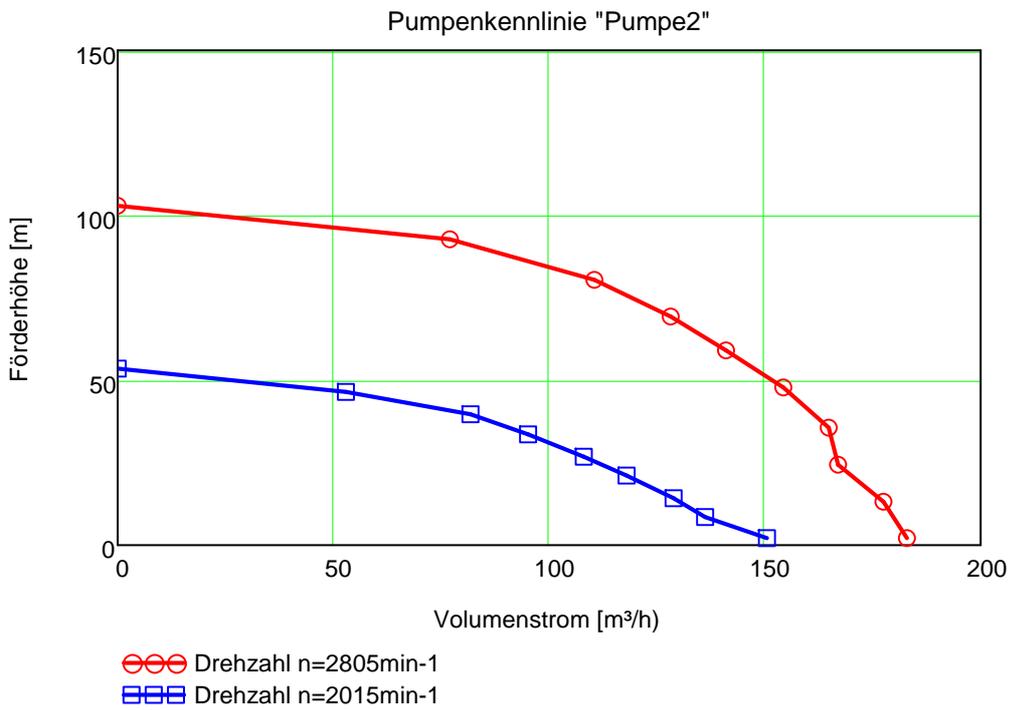
$$p_{1_1i} := \left[\frac{p_0}{\rho_{\text{Wasser}} \cdot g} - \frac{(c_{1_1i})^2}{2 \cdot g} + (z_0 - z_1) \right] \cdot \rho_{\text{Wasser}} \cdot g \quad \text{Statischer Druck am Pumpeneintritt}$$

$$p_{1_2k} := \left[\frac{p_0}{\rho_{\text{Wasser}} \cdot g} - \frac{(c_{1_2k})^2}{2 \cdot g} + (z_0 - z_1) \right] \cdot \rho_{\text{Wasser}} \cdot g$$

$$H_{_1\text{Pumpe}_i} := \left[\frac{p_{2_1i} - p_{1_1i}}{\rho_{\text{Wasser}} \cdot g} - \frac{(c_{1_1i})^2}{2 \cdot g} + (z_2 - z_1) \right] \quad \text{Förderhöhe der Pumpe}$$

$$H_{_2\text{Pumpe}_k} := \left[\frac{p_{2_2k} - p_{1_2k}}{\rho_{\text{Wasser}} \cdot g} - \frac{(c_{1_2k})^2}{2 \cdot g} + (z_2 - z_1) \right]$$

Ergebnisse



Ermittlung des Pumpenwirkungsgrades

Aufgenommene elektrische Leistung

$$\text{Potential} := 660 \cdot V$$

$$P_{1\text{elekt}_i} := \text{Current}_{1i} \cdot \text{Potential}$$

$$P_{2\text{elekt}_k} := \text{Current}_{2k} \cdot \text{Potential}$$

Abgegebene hydraulische Leistung

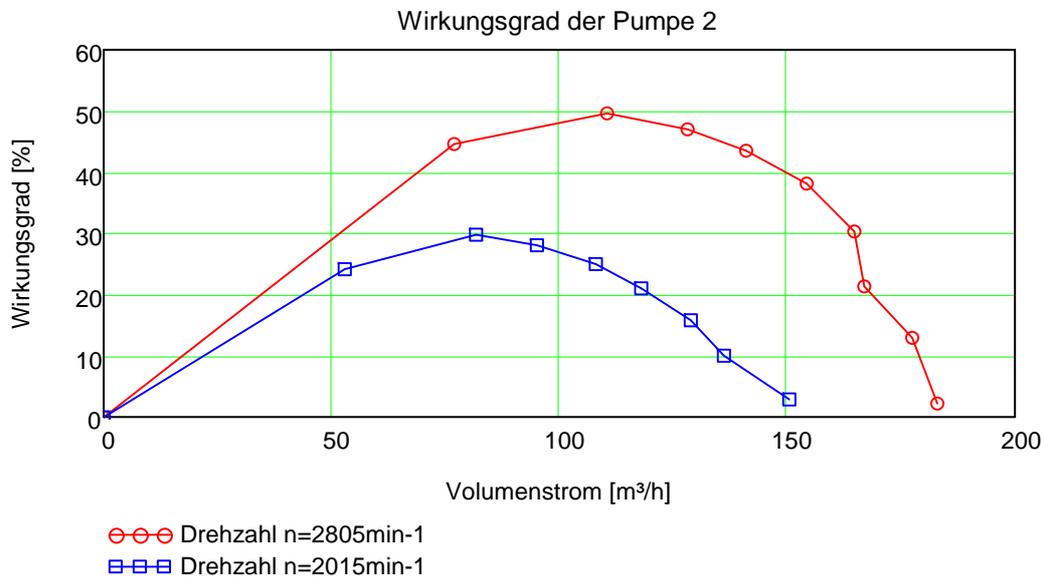
$$P_{1\text{Hydr}_i} := \rho_{\text{Wasser}} \cdot g \cdot H_{1\text{Pumpe}_i} \cdot V_{1\text{Punkt}_i}$$

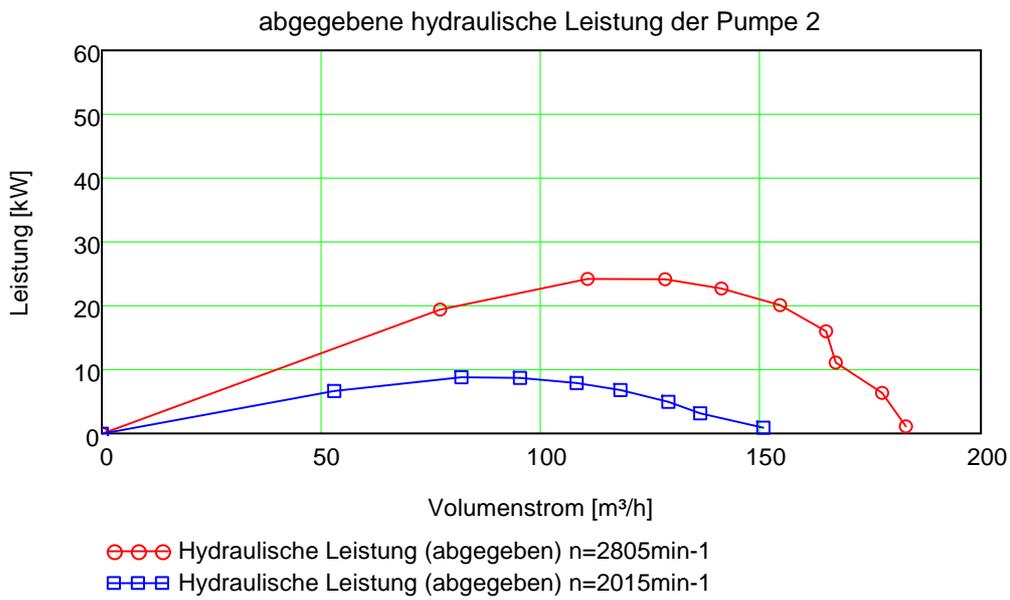
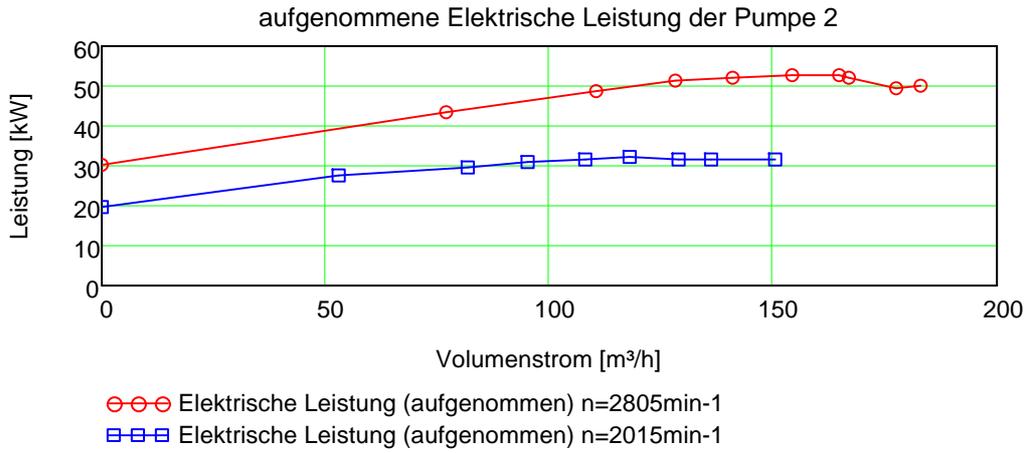
$$P_{2\text{Hydr}_k} := \rho_{\text{Wasser}} \cdot g \cdot H_{2\text{Pumpe}_k} \cdot V_{2\text{Punkt}_k}$$

Wirkungsgrade

$$\eta_{1i} := \frac{P_{1\text{Hydr}_i}}{P_{1\text{elekt}_i}}$$

$$\eta_{2k} := \frac{P_{2\text{Hydr}_k}}{P_{2\text{elekt}_k}}$$





Ähnlichkeitsbetrachtung

Die Kennlinie bei 2015 1/min wird mit den Ähnlichkeitsgesetzen auf die Drehzahl 2805 1/min zurückgerechnet und mit der gemessenen Pumpenkennlinie bei 2805 1/min verglichen.
(Analog dazu wird die Kennlinie bei 2805 1/min auf 2015 1/min zurückgerechnet)

Ähnlichkeitsgesetze:

Größenmaßstab $k_L = \frac{D_{Pumpe1}}{D_{Pumpe2}}$ Drehzahlmaßstab $k_n = \frac{n_1}{n_2}$

Da es sich um dieselbe Pumpe handelt (Selbstähnlichkeit) ist der Größenmaßstab $k_L=1$

Ähnlicher Volumenstrom: $V_1 = k_L^3 \cdot k_n \cdot V_2$ Ähnliche Förderhöhe: $H_1 = k_L^2 \cdot k_n^2 \cdot H_2$

$n_1 := 2805 \cdot \frac{1}{\text{min}}$ $n_2 := 2015 \cdot \frac{1}{\text{min}}$

$H_{2\text{Ähnlich}_k} := H_{2\text{Pumpe}_k} \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$ $V_{2\text{Ähnlich}_k} := V_{2\text{Punkt}_k} \cdot \frac{n_1}{n_2}$

$H_{1\text{Ähnlich}_i} := H_{1\text{Pumpe}_i} \cdot \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$ $V_{1\text{Ähnlich}_i} := V_{1\text{Punkt}_i} \cdot \frac{n_2}{n_1}$

