Roland Pichler

Cluster 3: Bewegungsvorgang

zum Menü

Hinweis: Cluster 3 bezieht sich auf Höhere Technische Lehranstalten mit den Abteilungen Maschineningenieur, Mechatronik, Werkstoffingenieurwesen, Wirtschaftsingenieur, Betriebsmanagement, Waffentechnik, Flugtechnik

In einer Versuchsanstalt für Motoren wurde (vereinfacht) folgendes Beschleunigungsprofil einer Bewegung beschrieben und aufgezeichnet:

Während der ersten 3 Sekunden ist die Beschleunigung 3 m/s². Danach nimmt die Beschleunigung während weiterer 7 Sekunden linear auf 5 m/s² zu um dann während der nächsten 6 Sekunden linear bis 1m/s² abzunehmen.

a) Übertragen Sie den Text in eine passende grafische Darstellung, d. h. in ein Beschleunigungs-Zeit-Diagramm (a-v-Diagramm) (B3_3-A)

b) Ein anderer Prüfstand liefert folgendes Beschleunigungsprofil:

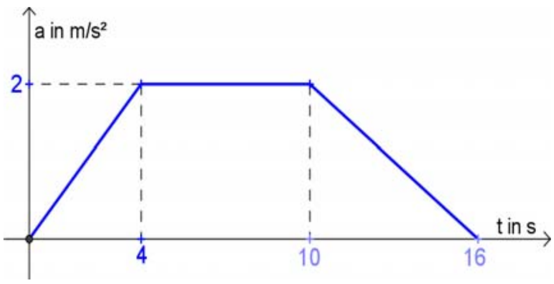


Abb C3.1: Bewegungsprofil

Lesen Sie aus der grafischen Darstellung, unter Benützung der Maßzahl der Fläche unter der Kurve, den Wert der Endgeschwindigkeit ab, wobei die Anfangsgeschwindigkeit mit 0 m/s angenommen wird. (B3_3-C)

c) Zur grafischen Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufs sind drei Funktionsgleichungen zu ermitteln mit t in Sekunden, nämlich:
$v_1(t)$ im Zeitintervall [0 | 4]
$v_2(t)$ im Zeitintervall (4 | 10]
$v_3(t)$ im Zeitintervall (10 | 16]
Stellen Sie diese drei Funktionen in einem v-t -Diagramm grafisch dar. (B3_3-A,B)

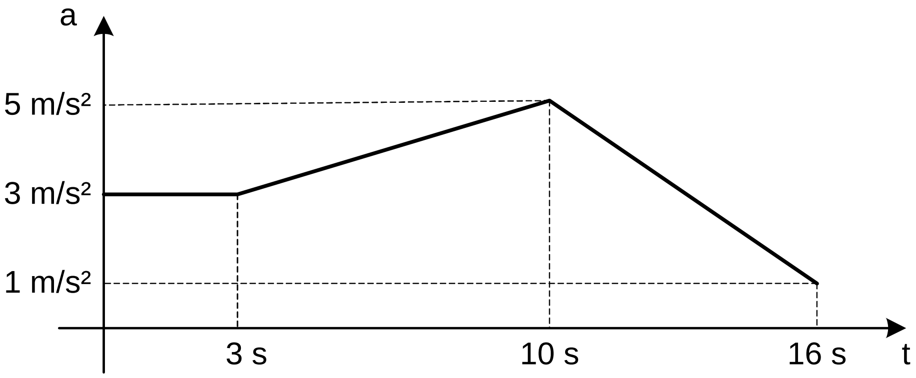
d) Zeigen Sie, dass der Übergang von v_1 auf v_2 im v-t-Diagramm knickfrei erfolgt, d.h. gleiche Tangentensteigungen und Funktionswerte hat. (B3_3-D)

e) Berechnen Sie mit Hilfe der Integralrechnung den zurückgelegten Weg während des gesamten Beschleunigungsvorganges, wenn vorausgesetzt wird, dass zum Zeitpunkt t = 0 der zurückgelegte Weg 0 ist. (B3_4-B)

f) Zeichnen Sie die Weg-Zeit Funktion für den gesamten Vorgang in ein geeignetes Koordinatensystem. (B3_3-B)

Die Lösung zur Bewegungsaufgabe:

a)



b) Die Einzelflächen lasen sich direkt aus der Skizze berechnen:

$$A_1 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{m}{s^2}\cdot 4\cdot s = 4\cdot\frac{m}{s}$$

$$A_2 = 2\cdot\frac{m}{s^2}\cdot(10\cdot s - 4\cdot s) = 12\cdot\frac{m}{s}$$

$$A_3 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{m}{s^2}\cdot(16\cdot s - 10\cdot s) = 6\cdot\frac{m}{s}$$

$$v_E = A_1 + A_2 + A_3 = 22\cdot\frac{m}{s}$$

c) Zur Bestimmung der Funktionsgleichungen ist die Integralrechnung am besten geeignet.
Für das Intervall [0 | 4] gilt:

$$a_1(t) = \frac{2}{4}\cdot t \quad v_1(t) = \int a_1(t)\,dt + C_1 \quad \text{da } v_1(0) = 0 \text{ gil } C_1 = 0 \quad v_1(t) := \frac{1}{4}\cdot t^2$$

Für das Intervall (4 | 10] gilt:

$$a_2(t) = 2 \quad v_2(t) = \int a_2(t)\,dt + C_2 \quad \text{da } v_2(4) = 4 \text{ gilt } C_2 = -4 \quad v_2(t) := 2\cdot t - 4$$

Für das Intervall (10 | 16] gilt:

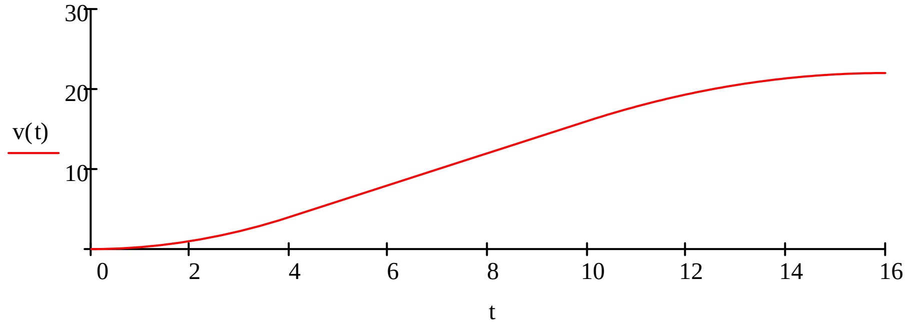
$$a_3(t) = \frac{-2}{6}\cdot t + \frac{16}{3} \quad v_3(t) = \int a_3(t)\,dt + C_3 \quad \text{da } v_3(10) = 16 \text{ gilt } C_3 = \frac{-62}{3} \quad v_3(t) := \frac{-1}{6}\cdot t^2 + \frac{16}{3}\cdot t - \frac{62}{3}$$

$$16 = \int \frac{-2}{6}\cdot t + \frac{16}{3}\,dt + C_3 \rightarrow 16 = C_3 - \frac{3\cdot\left(\frac{t}{3} - \frac{16}{3}\right)^2}{2} \left|\begin{array}{l}\text{ersetzen}, t = 10\\ \text{auflösen}, C_3\end{array}\right. \rightarrow 22$$

d) Die graphische Darstellung har folgendes Aussehen.

$$v(t) := \begin{cases} \frac{1}{4}\cdot t^2 & \text{if } 0 \le t \le 4 \\ 2\cdot t - 4 & \text{if } 4 < t \le 10 \\ \frac{-1}{6}\cdot t^2 + \frac{16}{3}\cdot t - \frac{62}{3} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$t := 0, 0.1 .. 16$



e) Da $a = \frac{dv}{dt}$ kann man a(t) als Steigungsfunktion der Funktion v(t) deuten. Da im a-t Diagramm an den Übergansstellen gleiche Beschleunigungswerte auftreten müssen daher die Steigungen der Tangenten übereinstimmen. Die Funktionswerte sind aufgrund der Berechnung von C_2 identisch, da C_2 gerade so gewählt wurde, damit diese übereinstimmen.

f) $\int_0^{16} v(t)\,dt = 185.337$ Der zurückgelegte Weg beträgt 185.3 m

g) Durch Integration der drei v-Funktionen erhält man mit den entsprechenden Randbedingungen die drei Weg-Funktionen.

$t := t$

$s_1(t) := \int v_1(t)\,dt + C_4$ $s_1(t) \rightarrow \frac{t^3}{12} + C_4$ da s(0) = 0 gilt $C_4 = 0$ $s_1(t) := \frac{1}{12}\cdot t^3$

$s_2(t) := \int v_2(t)\,dt + C_5$ $s_2(t) \rightarrow C_5 + \frac{(2\cdot t - 4)^2}{4}$ da $s_1(4) = 5.333$ gilt $C_5 = 16/3$ $s_2(t) := t^2 - 4\cdot t + \frac{16}{3}$

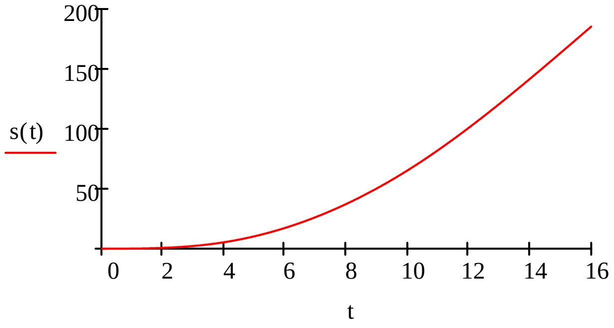
$s_3(t) := \int v_3(t)\,dt + C_6$ $s_3(t) \rightarrow \frac{8\cdot t^2}{3} - \frac{t^3}{18} - \frac{62\cdot t}{3} + C_6$ da $s_2(10) \rightarrow \frac{196}{3}$ gilt C_6 =548/9

$$s_3(t) := \frac{-1}{18}\cdot t^3 + \frac{8}{3}\cdot t^2 - \frac{62}{3}\cdot t + \frac{548}{9}$$

$t := 0, 0.01 .. 16$

$$s(t) := \begin{cases} \frac{1}{12}\cdot t^3 & \text{if } 0 \le t \le 4 \\ t^2 - 4\cdot t + \frac{16}{3} & \text{if } 4 < t \le 10 \\ \frac{-1}{18}\cdot t^3 + \frac{8}{3}\cdot t^2 - \frac{62}{3}\cdot t + \frac{548}{9} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$s(16) = 185.333$ $s_3(16) = 185.333$



zum Menü