Nietrost Bernhard bernhard.nietrost@htl-steyr.ac.at

Anhalteweg: Vergleich zweier Fahrzeuge

- Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:

  graphische Darstellung von stückweise stetigen Funktionen, Anwendung der Integralrechnung auf die Kinematik

- Kurzzusammenfassung

  Vergleich des Anhalteweges von zwei Fahrzeugen

- Didaktische Überlegungen / Zeitaufwand: [***optional***]

  Verbindung der Gegenstände Physik und Mathematik um die Auswirkungen der Geschwindigkeit auf den Anhaltevorgang darzustellen.

- Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):

  Physik, Fachgegenstände des Ausbildungsschwerpunktes Maschineningenierwesen Kraftfahrzeugbau

- Mathcad-Version:

  Mathcad 15

- Anmerkungen bzw. Sonstiges: [***optional***]

  Das vorliegende Dokument entstand aus eigenen Unterrichtsvorbereitungen in Zusammenarbeit mit dem Ingenierbüro Dr. Kordon in Steyr (Rekonstruktion von Unfällen, Schadensanalyse, Sachverständiger in kraftfahrzeugtechnischen Belangen).
  Ziel der Zusammenarbeit war unfallrelevante wichtige kinematische Vorgänge einerseits mit dem zugehörigen theoretischen Hintergrund der Sachverständigenanalyse abzubilden und andererseits die Auswirkungen auf das praktische Verkehrsgeschehen darzustellen.
  Das vorliegende Dokument ist für den Unterrichtseinsatz in Physik als auch in fachtheoretischen Gegenständen und für entsprechende weiterführende Kurse des Ingenierbüros Dr. Kordon gedacht.

Der Anhalteweg

Der Anhalteweg eines Kraftfahrzeugs setzt sich zusammen aus:

- **der Reaktionsphase bzw. dem Reaktionsweg: s_R (jene Strecke, die das Fahrzeug noch mit gleichbleibender Geschwindigkeit nach dem Erkennen einer Gefahr weiterfährt. Die Reaktionszeit ist von vielen Faktoren abhängig. Facheinschlägig geht man von einem Bereich zwischen 0,4 s und 0,85 s aus, häufig wird ca. 1 sec angenommen. Daraus leitet sich auch die aus der Fahrschule bekannte Formel für den Reaktionsweg s_R = 3.v/10 ab, wobei die Einheiten der Geschwindigkeit in km/h und des Weges in m sind. Eine Geschwindigkeit von 50 km/h ergibt 15 m Reaktionsweg.)**
- **der Bremsschwellphase bzw. der hier zurückgelegte Weg $s_{Schwell}$: (die typische Dauer ist von der Konstruktion des Bremssystems sowie Fahrzeugtype abhängig und beträgt zwischen 0,2 s und 0,6 s. Während dieser Phase steigt die Bremsverzögerung linear von 0 auf den Maximalwert an. Ab Beginn der Bremsschwellphase beginnt die Geschwindigkeit des Fahrzeugs zu sinken).**
- **die Vollbremsphase bzw. der Bremsweg: s_B (jene Strecke, die ein Fahrzeug mit voller Bremsverzögerung bis zum Stillstand zurücklegt. Für trockene Fahrbahn ist die Bremsverzögerung gleichbleibend, bei nasser Fahrbahn ist die Bremsverzögerung stark geschwindigkeitsabhängig, dh. je größer die Geschwindigkeit, desto kleiner ist die Bremsverzögerung. Aus der Fahrschule ist für diesen Teil der Bewegung die Formel $s_B=(v/10)^2$ bekannt, wobei die Einheiten der Geschwindigkeit in km/h und des Weges in m sind. Bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h ergibt sich 25 m Bremsweg.)**

Um den Einfluss der Geschwindigkeit auf den Anhalteweg zu illustrieren werden immer parallel zwei Fahrzeuge mit gleicher Bremsbeschleunigung gerechnet, deren Anhaltevorgang zum selben Zeitpunkt startet und deren Geschwindigkeit sich um Δv unterscheidet.

Amerkung: Die Zahlen in den grauen Feldern können verändert werden. Die Berechnung wird dann mit den neuen Zahlen durchgeführt. Die Ergebnisse sind in gelb hinterlegten Feldern.

Berechnung des Anhalteweges:

Folgende Werte müssen bekannt sein:

Anfangsgeschwindigkeit des Fahrzeugs:	$v_A := 50 \frac{km}{h}$
Reaktionszeit:	$t_R := 0.8s$
Bremsschwellzeit:	$t_{Schwell} := 0.2s$
Reibungskoeffizient zwischen Reifen und Straße:	$\mu := 0.8$
Differenzgeschwindigkeit:	$\Delta v := 20 \frac{km}{h}$

Definition der Bremsbeschleunigung über den Reibungskoeffizient μ:

$$a := g \cdot \mu = 7.85 \frac{m}{s^2}$$

Definition des zeitlichen Verlaufs der Bremsbeschleunigung wie in der Einleitung beschrieben.

$$a(t) := \begin{cases} 0 \cdot \frac{m}{s^2} & \text{if } t < t_R \\ -\left[\frac{a}{0.2s}\right] \cdot (t - t_R) & \text{if } t \le t_R + t_{Schwell} \wedge t \ge t_R \\ -a & \text{otherwise} \end{cases}$$

Reaktionsphase

Bremsschwellphase

Vollbremsphase

Berechnung der Geschwindigkeit des Fahrzeugs mittels Integralrechnung:

$$v(t_a) := v_A + \int_0^{t_a} a(t)\, dt$$

Numerische Berechnung der Dauer des Vorgangs (bis die Geschwindigkeit Null ist) t_E. Damit wird die Laufvariable für die graphische Darstellung definiert.
Als Startwert der Funktion wurzel wird die Reaktionszeit verwendet

$$t_E := t_R \qquad t_E := \mathrm{wurzel}\left(v(t_E), t_E\right) = 2.67\,s \qquad t := 0s, 0.01s .. t_E$$

Analoge Berechnung der Geschwindigkeit des zweiten Fahrzeugs, dessen Anfangsgeschwindigkeit um Δv größer war

$$v1(t_a) := v_A + \Delta v + \int_0^{t_a} a(t)\, dt$$

$$t_{E1} := t_R \qquad t_{E1} := \mathrm{wurzel}\left(v1(t_{E1}), t_{E1}\right) = 3.38\,s \qquad t1 := 0s, 0.01s .. t_{E1}$$

Berechnung des zurückgelegten Weges und des Anhalteweges der beiden Fahrzeuge mittels Integralrechnung:

$s0(t_a) := \int_0^{t_a} v(t)\, dt$

$s1(t_a) := \int_0^{t_a} v1(t)\, dt$

$s_{A1} := s0(t_E)$

$s_{A2} := s1(t_{E1})$

$s_{A1} = 24.78\,m$

$s_{A2} = 41.58\,m$

$tt := t_E$ $\quad t_r := \mathrm{wurzel}(s0(t_E) - s1(tt), tt)$ $\quad t_r = 1.31\,s$

$sP := s1(t_r) = 24.78\,m$ $\quad vP := v1(t_r) = 58.45 \cdot \frac{km}{h}$

$\mathrm{Unterschied} := \frac{s_{A2} - s_{A1}}{s_{A1}}$ $\quad \mathrm{Verhältnis} := \frac{vP}{v_A + \Delta v}$ $\quad \mathrm{um} := \frac{\Delta v}{v_A}$

Im Folgenden die graphische Darstellung der Ergebnisse.

Die Berechung der folgenden Größen erfordert einerseits verhältnismäßig komplizierte analytische Formeln oder den Begriff des Integrals. Aus den hier angegebenen graphischen Darstellungen lassen sich ebenfalls die gewünschten Ergebnisse ablesen.

Einfach ist die maximale Bremsbeschleunigung aus dem Reibungskoeffizienten zu berechnen:

$a_{Max} := g \cdot \mu = 7.85 \frac{m}{s^2}$

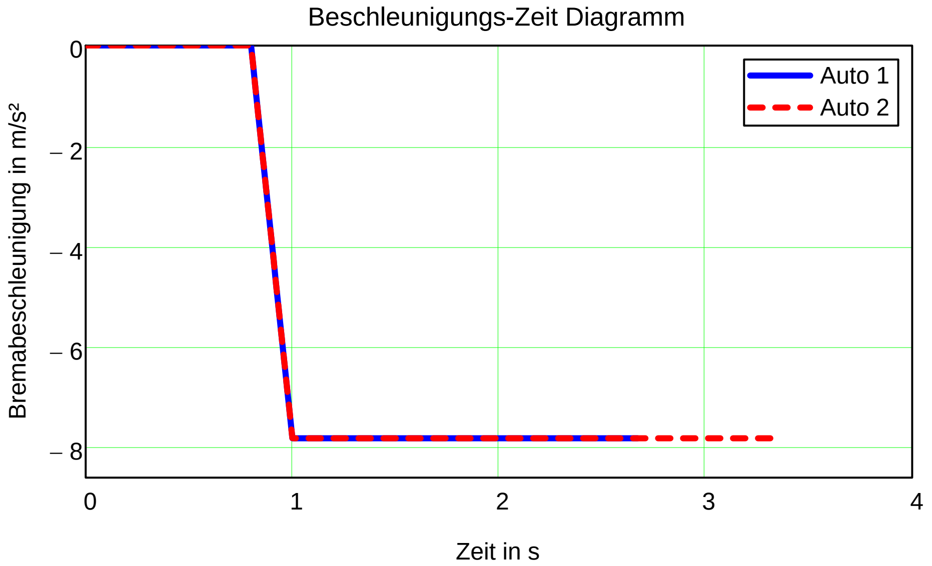
Vorbemerkung: In den folgenden Diagrammen sind immer die Bewegungen von zwei Fahrzeugen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten aber gleicher Bremsverzögerung gleichzeitig dargestellt:

Blau durchgezogen ist der Anhaltevorgang eines Fahrzeugs mit Anfangsgeschwindigkeit v_A eingetragen (Auto 1).

Rot strichliert ist zum Vergleich ein um die Geschwindigkeit Δv schnelleres Fahrzeug eingezeichnet (Auto 2).

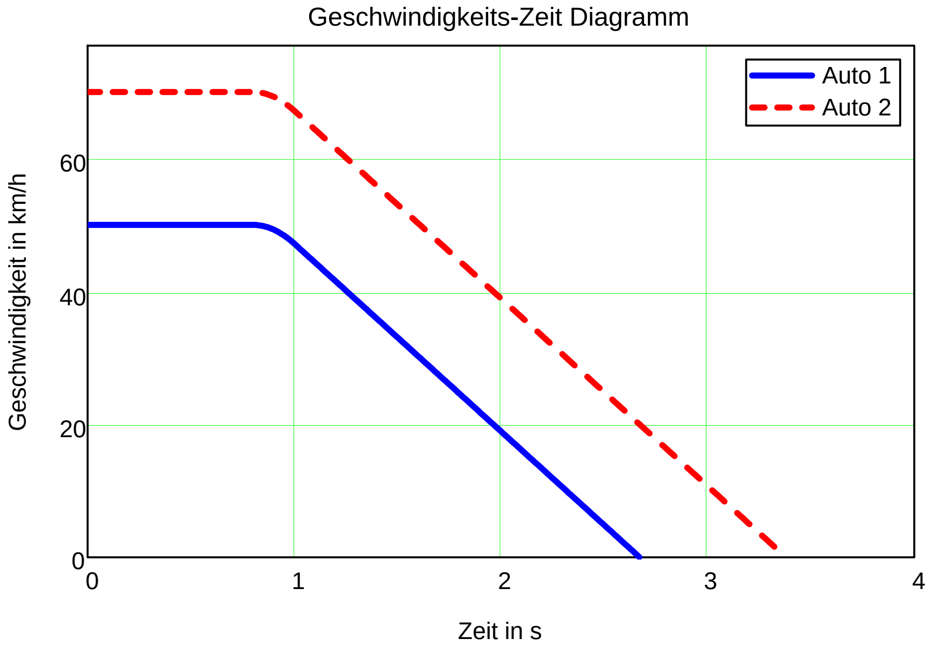
Das a-t Diagramm

Das folgende Diagramm stellt die **Bremsbeschleunigung** des Fahrzeugs über der Zeit dar. Das negative Vorzeichen zeigt den Bremsvorgang an. Deutlich ist auch die an die Reaktionsphase anschließende Schwellphase zu erkennen in der die Bremsbeschleunigung auf den (negativen) Maximalwert ansteigt. Das Ende der blauen bzw. der roten strichlierten Linie gibt die Dauer des Anhaltevorgangs für die beiden Fahrzeuge an.



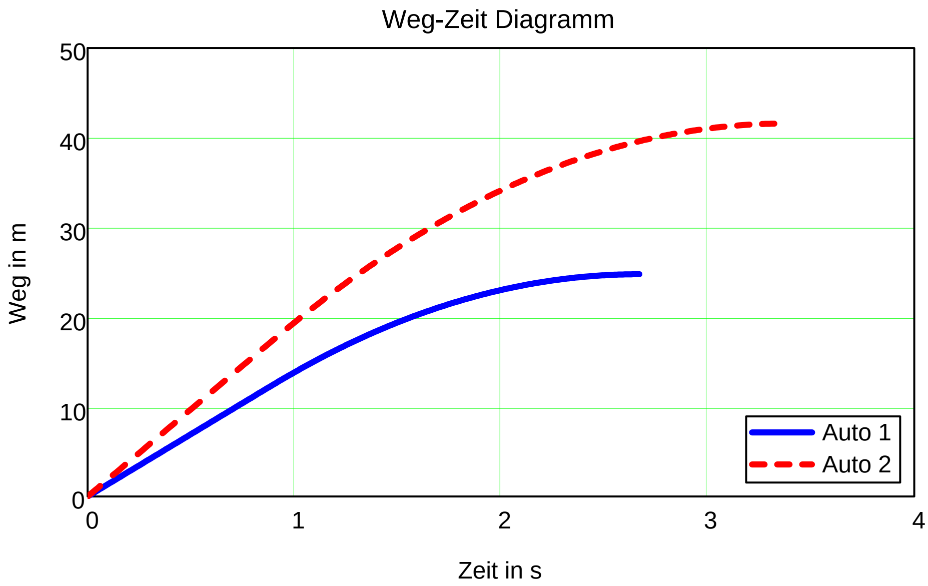
Das v-t Diagramm

Das folgende Diagramm zeigt die Geschwindigkeit über der Zeit. Deutlich ist zu erkennen, dass in der Reaktionsphase die Geschwindigkeit beider Fahrzeuge gleich bleibt. Die Schwellphase der Bremsen ist durch den etwas abgerundeten "Knick" zu sehen, bevor dann die Vollbremsphase beginnt in der die beiden Fahrzeuge ihre Geschwindigkeit bis zum Stillstand mit gleicher Bremsbeschleunigung verringern.



Das s-t Diagramm

Das folgende Diagramm zeigt den zurückgelegten Weg über der Zeit.



Das v-s Diagramm

Das folgende Diagramm zeigt die Geschwindigkeit über den Anhalteweg. Dieses Diagramm ist besonders aussagekräftig, da hier die zwei wichtigen Größen Geschwindigkeit und Anhalteweg verknüpft werden.
In beiden Kurven deutlich zu erkennen ist anfangs der für beide Fahrzeuge unterschiedlich lange Reaktionsweg und daran anschließend der abgerundete "Knick" der Bremsschwellphase. Im Verlauf der Vollbremsphase sinkt die Geschwindigkeit erst im letzten Teil stark ab. Dies hat zur Folge, dass bereits ein geringfügig zu kurzer Anhalteweg bei einem Aufprall auf ein Hindernis zu sehr hohen Restgeschwindigkeiten führt:

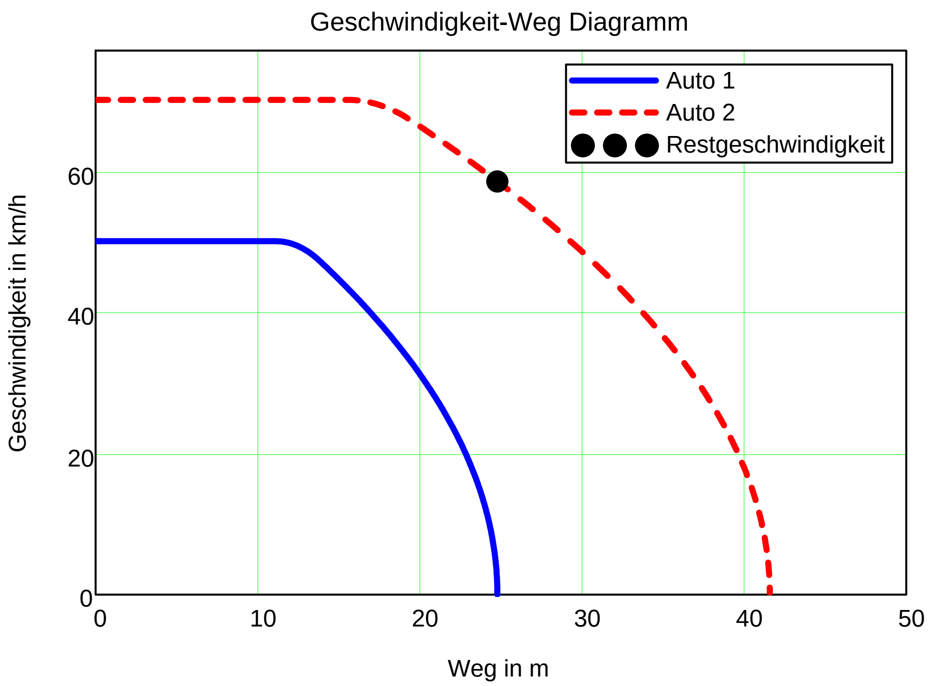
Die Anfangsgeschwindigkeiten unterscheiden sich $um = 40 \cdot \%$ oder $\Delta v = 20 \cdot \frac{km}{h}$

Die beiden Fahrzeuge benötigen einen Anhalteweg von $s_{A1} = 24.78\,m$ bzw. $s_{A2} = 41.58\,m$.

Im Vergleich zum langsameren Fahrzeug ist der $Unterschied = 67.8 \cdot \%$ der Anhaltewege - deutlich mehr als der Geschwindigkeitsunterschied.

In Geschwindigkeiten ausgedrückt bedeutet dies: Wenn das eine Fahrzeug bereits zum Stillstand gekommen ist hat das schnellere Auto noch eine Restgeschwindkeit von $vP = 58.45 \cdot \frac{km}{h}$ bei einer Anfangsgeschwindigkeit von $v_A + \Delta v = 70 \cdot \frac{km}{h}$ oder als $Verhältnis = 83.51 \cdot \%$ der Anfangsgeschwindigkeit. (siehe Punkt im Diagramm)

Da bekanntlich die Unfallfolgen mit der Geschwindigkeit stark ansteigen ist aus diesem Diagramm ganz eindeutig zu erkennen, wie sich erhöhte Geschwindigkeit in einer Gefahrensituation auswirkt. Fahren mit erhöhter Geschwindigkeit ist somit kein "Kavaliersdelikt" sondern Gefährdung anderen Teilnehmer des Straßenverkehrs.



(c) Thomas Grumböck

OÖN am 12.6.10

Fährt man mit 50, 60 oder 70 km/h durch ein Ortsgebiet, so wirkt sich das auf die Fahrzeit nur marginal aus. Im besten Fall gewinnt man ein paar Sekunden, im schlechtesten Fall verliert man ein paar Sekunden.
Alles andere als marginal sind die Unterschiede beim Anhalteweg. Bei 50 km/h bringt ein einigermaßen reaktionsschneller Lenker sein Auto auf trockenem Asphalt nach 26 m zum Stehen. Bei Tempo 60 beträgt der Anhalteweg 34 m, bei 70 gut 44 m. Anders ausgedrückt: Wo der gesetzestreue Fahrer bereits steht, ist der 60 km/h Lenker noch mit Tempo 40 unterwegs und der 70 km/h-Raser mit 60 Stundenkilometern.
Die vielen Unfälle, die in den vergangenen Tagen auf Zebrastreifen passiert sind, veranschaulichen die verheerenden Folgen der höheren Geschwindigkeiten auf tragische Art und Weise. Uns sie zeigen auch, dass Tempo 50 im Ortsgebiet keine lästige Schikane, sondern ein notwendiges und mitunter lebensrettendes Gebot der Strassenverkehrsordnung ist.

Die in diesem Zeitungsartikel angebenen Werte entsprechen ca. den Werten, die sich auch in der obigen Rechnung ergeben.